



HTL ST. PÖLTEN

Antriebstechnik

Dipl. Ing. Erich Schubert
HTBLuVA St.Pölten
A-3100 St. Pölten, Waldstraße 3

Inhaltsverzeichnis

I.	2.Jahrgang, Sommersemester	15
1.	Feldbegriff	1-1
2.	Magnetische Größen	2-1
2.1.	Magetische Durchflutung	2-1
2.2.	Magetische Feldstärke (magnetische Erregung)	2-1
2.3.	Magetischer Fluss	2-2
2.4.	Magetische Flussdichte (Induktion)	2-3
2.5.	Zusammenstellung	2-3
3.	Magnetische Felder, Feldverteilungen	3-1
4.	Kräfte und Energie im Magnetfeld	4-1
4.1.	Magetische Kraftwirkung (Lorentzkraft)	4-1
4.1.1.	Lorentzkraft auf bewegte Punktladungen	4-3
4.1.2.	Lorentzkraft am stromdurchflossenen Leiter	4-3
4.1.3.	Herleitung der magn. Induktion	4-5
4.1.4.	Lenzsche Regel	4-7
4.1.5.	Technische Anwendungen der Lorentzkraft	4-8
4.2.	Bewegung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld	4-9
4.3.	Kräfte an Grenzflächen)	4-9
5.	Induktionsvorgänge	5-1
5.1.	Induktionsgesetz	5-1
5.2.	Induktion durch zeitlich veränderliche Felder	5-4
5.3.	Induktion durch Bewegung (einer Leiterschleife)	5-4
II.	3. Jahrgang, Wintersemester	5-5
6.	Magnetismus	6-1
6.1.	Ferromagnetismus	6-2
6.2.	Antiferromagnetismus	6-5
6.3.	Ferrimagnetismus	6-6

7. Magnetische Werkstoffe	7-1
7.1. Diamagnetische Werkstoffe	7-1
7.2. Paramagnetische Werkstoffe	7-2
7.3. Magnetische Werkstoffe für el. Maschinen	7-3
7.3.1. weichmagnetische Werkstoffe	7-3
7.3.2. Hartmagnetische Werkstoffe	7-7
8. Magnetismus von Festkörpern	8-1
8.1. Kennwerte zur Eigenschaftsbeschreibung	8-1
9. magnetischer Kreis	9-1
9.1. Das ohmsche Gesetz des magnetischen Kreises	9-2
9.2. Ersatzschaltung	9-4
9.2.1. Der verzweigte magnetische Kreis	9-6
9.2.2. Der magnetischer Kreis mit Luftspalt	9-8
9.2.3. Der magnetischer Kreis mit Permanetmagneten	9-9
III. 3.Jahrgang, Sommersemester, Antriebstechnische Begriffe und Grundlagen	9-12
10. Antriebstechnische Begriffe und Grundlagen	10-1
10.1. Grundbegriffe	10-2
10.2. Trägheitsgesetz	10-4
10.2.1. Begriffe Arbeit vs. Energie	10-5
10.3. Antriebstechnische Aufgabenstellungen	10-6
10.3.1. Positionierungsaufgaben oder Führung einer gewünschten Bewegung	10-6
10.3.2. Bereitstellung mechanischer Antriebsleistung	10-6
10.4. Allgemeine Grundlagen der Drehmoment- und Drehzahlanpassung	10-7
10.4.1. Getriebe	10-7
10.4.2. Translatorisch-rotatorische Anpassung	10-9
10.4.3. Getriebebemessung für durchlaufende Antriebe für einen Arbeitspunkt	10-9
10.4.4. Getriebebemessung für durchlaufende Antriebe für einen Arbeitsbereich	10-13
10.4.5. Getriebebemessung für reine Beschleunigungsvorgänge	10-13
10.4.6. Getriebebemessung für Beschleunigungsvorgänge mit Lastdrehmoment	10-20
10.4.7. Getriebebemessung für durchlaufenden Betrieb und Beschleunigungsvorgänge	10-23
10.5. Lastkennlinien	10-24
10.5.1. Trockene Reibung	10-24
10.5.2. Viskose Reibung	10-24
10.5.3. Lüfter	10-25
10.5.4. Wickler, Haspel	10-26

10.5.5. Traktionsantrieb	10-28
10.6. schwingungsfähiger Antriebsstrang	10-30
11. drehzahlveränderliche Antriebe im Vergleich	11-1
12. Physikalische Gesetze aus antriebstechnischer Sicht	12-1
13. Antriebsmomente elektrischer Maschinen und Antriebsmaschinen	13-1
13.1. Grundtypen der Lastkennlinien von Arbeitsmaschinen	13-3
13.2. Stabiler Betriebspunkt eines Antriebssystems	13-5
14. Erwärmung	14-1
14.1. Abschätzung der thermischen Zeitkonstante	14-1
15. Kühlung	15-1
15.1. Zeitkonstanten	15-3
16. Betriebsarten	16-1
16.1. Leistungssteigernde Betriebsarten	16-3
16.2. Leistungsreduzierende Betriebsarten	16-5
16.3. Anlaufhäufigkeit	16-6
17. Äquivalente Belastung (mittlere Belastung)	17-1
18. mechanische Übergangsvorgänge	18-1
18.1. Getriebeeinfluss	18-2
19. Energieumsatz	19-1
19.1. Leerhochlauf	19-1
19.2. gestufter Hochlauf	19-3
19.3. Energieeinsparung	19-3
19.4. Lasthochlauf	19-3
20. Wachstumsgesetze	20-1
21. Elektrische Ausrüstung von Maschinen	21-1
21.1. Notwendige elektrische Ausrüstung von Maschinen	21-1
21.2. Schutz	21-1
22. nationale und internationale Normen und Vorschriften	22-1
23. Verluste, Kühlung	23-1
23.1. Verluste	23-1
23.2. Kühlung	23-1
24. Leistungsschildangaben	24-1

IV. 3.Jahrgang, Sommersemester	24-2
25. Überblick über el. Maschinen	25-1
26. Trafo	26-1
26.1. Grundlagen und Wirkungsweise	26-1
26.1.1. Aufbau des Transformators	26-2
26.1.2. Induktionsgesetz	26-3
26.1.3. Durchflutungsgesetz	26-4
26.1.4. Übersetzungsverhältnisse (Trafogleichungen)	26-4
26.1.4.1. Transformatorhauptgleichung	26-5
26.1.5. Bauformen	26-6
26.2. Ersatzschaltbilder	26-8
26.2.1. ESB des streuungslosen verlustfreien Transformators	26-9
26.2.2. ESB des Transformators mit Streuung	26-12
26.2.3. ESB mit Streuung und Widerständen	26-14
26.2.4. Das vollständige ESB des Transformators	26-15
26.3. Betriebsverhalten	26-18
26.3.1. Der Transformator im Leerlauf	26-18
26.3.1.1. Leerlaufversuch	26-18
26.3.1.2. Tatsächlicher Verlauf des Leerlaufstromes	26-20
26.3.1.3. Rush-Effekt	26-20
26.3.2. Der Transformator im Kurzschluss	26-21
26.3.2.1. Kurzschlussversuch	26-22
26.3.2.2. Kurzschlussvorgang	26-22
26.3.3. Zusammenstellung der Berechnungsgleichung	26-22
26.4. Betriebsverhalten	26-22
26.4.1. Typenschild des Transformators	26-22
26.4.2. Typenschild des Transformators	26-22
26.4.3. Der Transformator im Betrieb	26-22
26.4.4. Spannungsänderung	26-22
26.4.4.1. Das Kapp'sche Dreieck	26-22
26.4.4.2. zeichnerische Ermittlung der Spannungsänderung	26-22
26.4.5. Parallel -und Kettenschaltung von Transformatoren	26-22
26.4.5.1. Parallelschaltung	26-22
26.4.5.2. Kettenschaltung mehrere Transformatoren	26-22
26.4.6. Wirkungsgrad	26-22
27. Drehstromtransformatoren	27-1
27.1. allgemeines	27-2
27.2. Aufbau und Transformortypen	27-2
27.2.1. Tempeltyp	27-2
27.2.2. Kerntyp	27-2
27.3. Überlegungen zum Magnetisierungsstrom	27-2
27.3.1. Sternschaltung mit angeschlossenem Sternpunktleiter (freie Magnetisierung)	27-2

27.3.2. Sternschaltung ohne Sternpunktleiter (erzwungene Magnetisierung)	27-2
27.3.3. Dreieckschaltung	27-2
27.3.4. Anschlussbezeichnungen	27-2
27.4. Schaltungsarten und Schaltgruppen	27-2
27.4.1. Dreieck-Sternschaltung	27-2
27.4.2. Dreieck-Zickzack-Schaltung	27-2
27.5. häufig verwendete Transformatorschaltungen	27-2
27.6. Schiefastfähigkeit	27-2
27.6.1. Schaltgruppe Yyn0	27-2
27.6.2. Schaltgruppe Yzn5	27-2
27.6.3. Schaltgruppe Yyn0 mit Ausgleichswicklung	27-2
27.6.4. Schaltgruppe Yy0, Einphasige Last zwischen zwei Außenleitern	27-2
27.7. Sternpunktverlagerung durch Schiefast	27-2
27.8. Der Drehstromtransformator bei symmetrischer Last	27-2
27.8.1. Besonderheiten bei der Z-Schaltung	27-2
27.8.2. Vorgehensweise bei der Berechnung	27-2
27.8.2.1. Hinweise zu Zählpeilsystemen	27-2
27.9. Sondertransformatoren	27-2
27.9.1. Spartransformatoren	27-2
27.9.2. Messwandler	27-2
28. Gleichstrommaschinen	28-1
28.1. Grundlegender Aufbau	28-1
28.2. Drehzahlstellung	28-1
28.3. Betriebsverhalten	28-1
28.3.1. Fremderregt	28-1
28.3.2. Reihenschlussmaschinen	28-1
28.3.3. Nebenschlussmaschinen	28-1
28.3.4. Kompoundmaschinen	28-1
V. 4. Jahrgang, Wintersemester	28-2
29. Drehfeldmaschinen	29-1
29.1. Asynchronmaschine	29-2
29.1.1. Aufbau	29-2
29.1.2. Stromortkurve	29-2
29.1.3. Drehzahlstellung	29-2
29.1.4. Anlassen	29-2
29.1.5. Bremsen	29-2
29.2. Synchronmaschine	29-2
29.2.1. Aufbau	29-2
29.2.1.1. Vollpolmaschine	29-2
29.2.1.2. Schenkelpolmaschine	29-2
29.2.1.3. Permanenterregte Synchronmaschine (PSM)	29-2

29.2.2. Erregersysteme	29-2
29.2.3. Betriebsverhalten	29-2
29.2.3.1. Inselbetrieb	29-2
29.2.3.2. Netzbetrieb	29-2
29.2.4. Synchronisierung	29-2
29.2.5. Drehzahlstellung	29-2
VI. 4.Jahrgang, Sommersemester	29-3
30. Stromrichter	30-1
30.0.6. Gleichrichter	30-1
30.0.7. Wechselrichter	30-1
30.0.8. Umrichter	30-1
30.1. Gleichstromsteller	30-1
30.2. Wechselstromsteller	30-1
30.3. Drehstromsteller	30-1
30.4. Frequenzumrichter	30-1
31. Sondermaschinen	1
VII. Anhang und Ergänzungen	2
A. Grundlagen der Statik und Dynamik	A-1
A.1. Getriebe	A-1
A.2. Trägheitsmoment	A-1
A.3. Drehimpuls	A-1
B. Nichtsinusförmige Vorgänge	B-1
B.1. Fourieranalyse	B-1
B.1.1. Darstellungsformen	B-1
B.1.1.1. Allgemeine Form	B-1
B.1.1.2. Amplituden-Phasen-Notation	B-3
B.1.1.3. Komplexe Fourierreihe	B-4
B.1.2. Zusammenhang zwischen reellen und komplexen Fourierkoeffizienten	B-4
B.2. Foursiersynthese	B-5
B.2.1. Beispiele	B-5
B.2.1.1. Rechteckschwingung	B-5
B.2.1.2. Dreieckschwingung	B-5
B.2.1.3. Sägezahnschwingung	B-6
B.2.1.4. Sinusbetragschwingung (gleichgerichteter Sinus)	B-7
B.3. Gibbsches Phänomen	B-7
C. Auszüge zur Vektorrechnung	C-1

D. Lizenz	D-1
Literaturverzeichnis	D-1
Stichwortverzeichnis	D-2

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Magnetfeld einer Leiterschleife	2-2
4.1.	magn. Kraftwirkung (Lorentzkraft)	4-1
4.2.	Kräftegleichgewicht zwischen Lorentzkraft und Coulombkraft	4-4
4.3.	Lorentzkraft am Leiterstück	4-4
4.4.	Lorentzkraft und Induktion	4-6
4.5.	Stromkreis demonstriert Lenzsche Regel	4-7
4.6.	Lorentzkraft erklärt Lenzsche Regel	4-8
5.1.	Leiterschleife, Induktionsgesetz allgemein	5-1
6.1.	Mögliche spontane Anordnung Weißscher Bezirke ferromagnetischer Materialien	6-3
6.2.	Blochwand zwischen zwei 180°-Domänen und Umkehr der atomaren magnetischen Momente	6-3
6.3.	4: Ablauf der Magnetisierung eines ferromagnetischen Materials a) nach außen unmagnetischer Zustand b) reversible Wandverschiebung c) weitere Wandverschiebung und Drehprozesse d) Wandverschiebung beendet (magnetischer Einbereich in leichter Richtung) e) reversible Drehprozesse, Sättigung	6-4
6.4.	Hysteresekurve B(H) mit Neukurve eines ferromagnetischen Materials H_c – Koerzitivfeldstärke der Induktion, B_r - Remanenzinduktion, B_s - Sättigungsinduktion	6-5
6.5.	Antiparallele Ausrichtung gleichgroßer Domänen bei Antiferromagnetika	6-5
7.1.	Übersichtsdiagramm Magnetwerkstoffe	7-2
7.2.	Qualitative Gegenüberstellung der B(H)- Kennlinien eines typisch hart- und weichmagnetischen Werkstoffes	7-4
7.3.	Ermittlung der reversiblen Permeabilität μ_{rev}	7-6
7.4.	Entmagnetisierungskennlinie (schematisiert) eines hartmagnetischen Materials mit den Kennwerten	7-7
9.1.	magnetisches Leiterstück	9-1
9.2.	Fluss durch unterschiedliche Querschnitte	9-2
9.3.	Einfachster Magnetkreis	9-3
9.4.	Ersatzschaltbild eines magnetischen Kreises	9-5
9.5.	Einfacher Magnetkreis als Beispiel	9-6
9.6.	verzweigter magnetischer Kreis	9-7

9.7.	Ersatzschaltbild des verzweigten Magnetkreises	9-7
9.8.	Magnetischer Kreis mit Luftspalt	9-8
9.9.	Magnetkreis mit Permanentmagnet	9-9
9.10.	Lösungsskizze für Magnetkreis mit Permanentmagneten	9-10
10.1.	Typische Struktur eines elektrischen Antriebs mit seinen Schnittstellen zur elektrischen Energieversorgung, zum anzutreibenden mechanischen Prozess und zur übergeordneten Prozessleittechnik	10-2
10.2.	Elektrisch und mechanisch freigeschnittener translatorischer Wandler mit einem Freiheitsgrad	10-2
10.3.	Elektrisch und mechanisch freigeschnittener rotatorischer Wandler mit einem Freiheitsgrad	10-3
10.4.	Trägheit zur Linearbewegung	10-4
10.5.	Trägheit zur Drehbewegung	10-5
10.6.	Getriebe	10-8
10.7.	symbolische DArstellung in der Getriebetechnik	10-8
10.8.	Betriebsbereich eines Antriebes (Idealvorstellung)	10-10
10.9.	Betriebspunkt der Last innerhalb des Betriebsbereichs eines Antriebs bei verschiedenen Getriebeanpassungen	10-11
10.10.	Charakteristische Lastkennlinie innerhalb des Betriebsbereichs eines Antriebs bei verschiedenen Getriebeanpassungen	10-11
10.11.	Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik	10-12
10.12.	Leistungsbereich eines Antriebes	10-13
10.13.	Betriebsbereich der Last	10-14
10.14.	Anpassung der Betriebsbereiche von Last und Antrieb für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse, dargestellt im Drehmoment-Drehzahl-Bereich des Antriebs	10-14
10.15.	Anpassung der Betriebsbereiche von Last und Antrieb für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse, dargestellt im Drehmoment-Drehzahl-Bereich der Last	10-15
10.16.	Modell des Antriebsstrangs für die Bemessung des Beschleunigungsantriebs	10-15
10.17.	Beschleunigung in Abhängigkeit von der Getriebeübersetzung	10-19
10.18.	Beschleunigung in Abhängigkeit von der Getriebeübersetzung	10-23
10.19.	Drehmoment und Leistung für trockene Reibung	10-25
10.20.	Drehmoment und Leistung für viskose Reibung	10-25
10.21.	Drehmoment und Leistung für aero- und hydrodynamische Prozesse	10-26
10.22.	Wickler	10-26
10.23.	Lastkennlinien eines Fahrzeugs für verschiedene Steigungen Parameter der Kurvenscharen ist die Steigung $\tan \gamma$ Beispielfahrzeug mit $m=1500 \text{ kg}$, $c_w=0,3$, $A = 2\text{m}^2$, $c_r=0,015$	10-29
10.24.	Modell eines schwingungsfähigen Antriebsstrangs	10-30
10.25.	Vollständig freigeschnittene Systemkomponenten	10-30
10.26.	Bodediagramm der Verstärkungsfunktion $G_T(j\omega)$ für verschiedene Dämpfungen	10-33

11.1.	Verstellbereiche ($S = 1 : n_{\max}/n_{\min}$) verschiedener Antriebssysteme mit variabler Drehzahl elektrischer und mechanischer Bauart	11-1
11.2.	Kennlinienvergleich zwischen mechanischer und elektrischer Lösung: Verstellgetriebeantrieb - Stromrichterantrieb	11-2
12.1.	Vereinbarungen am Antrieb a) Positive Zählrichtungen für elektrische und mechanische Größen b) Die vier Betriebsquadranten mit der Arbeitsweise der elektrischen Maschine (Generatorbetrieb: bremsend, das kann auch Betrieb auf einen Bremswiderstand oder Kurzschlußbremsung sein)	12-1
12.2.	Allgemeines Schema eines Elektroantriebs (elektrisch-mechanischer Energiewandler)	12-3
12.3.	Auf die Maschinenwelle reduziertes Antriebssystem mit den drei grundlegenden Gleichungen zur Beschreibung der Mechanik	12-4
12.4.	Umrechnungsschritte für die äquivalenten Massenbeziehungen. Die reduzierten Daten sind mit (*) gekennzeichnet.	12-5
12.5.	Hubantrieb mit Betriebszuständen (stationärer Zustand) a) Heben der Last: Treiben im Rechtslauf (I. Quadrant) b) Durchziehende Last: Treiben im Linkslauf (III. Quadrant)	12-6
13.1.	Grundtypen der Kennlinien elektrischer Maschinen a) Synchrones Verhalten: starr Synchronmaschine, Maschine mit Regelung b) Nebenschlußverhalten: hart, kaum nachgebend Gleichstromnebenschluß- und Asynchronmaschine c) Reihenschlußverhalten: weich Reihenschlußmaschine	13-3
13.2.	Grundtypen der Arbeitsmaschinen-Kennlinien a) Abhängig von der Winkelgeschwindigkeit a Wickler-Kennlinie $M_L \sim 1/\omega$ b Hebezeug-Kennlinie $M_L \sim \text{konstant}$ c Kalander-Kennlinie $M_L \sim \omega$ d Lüfter/Pumpen-Kennlinie $M_L \sim \omega^2$ b) Abhängig vom Winkel φ Presse/Schere c) Abhängig von Weg s und Zeit t Förderanlage/Fahrzeug	13-7
13.3.	Ermittlung der Stabilität eines Betriebspunkts a) Schema eines Hubantriebs mit Zählrichtungsangabe b) Betriebskennlinien eines Antriebs mit resultierender Kennlinie (rK) zur Bestimmung der Stabilität der möglichen Arbeitspunkte A und B c) Ausschnitt zum Arbeitspunkt A^* DAM: Kennlinie der Drehstrom-Asynchronmaschine (M_M) H: Lastkennlinie, hier Hubwerkskennlinie (M_L) $-\overline{H'}$: gespiegelte Lastkennlinie zur Bestimmung der Schnittpunkte rK : resultierende Momenten-Kennlinie A: stabiler Arbeitspunkt (A^*) B: instabiler (labiler) Arbeitspunkt (B^*)	13-8
14.1.	Anhaltswerte für thermische Zeitkonstanten von Gleichstrommaschinen (a) und Drehstrommaschinen (b)	14-2
15.1.	Kühlarten elektrischer Maschinen (Auswahl)	15-2
15.2.	Abführbare Verluste bei elektrischen Maschinen (mit Isolationsklasse B) abhängig von der Kühlart	15-3

16.1.	Betriebsarten elektrischer Maschinen (Auswahl)	16-2
16.2.	Leistungssteigerung bei elektrischen Maschinen bei S2-, S3- und S6-Betrieb, herstellerabhängig (LLOYD-DYNAMO, WINKELMANN) . . .	16-4
16.3.	Leistungssteigerung bei elektrischen Maschinen Kennlinienfeld eines Hauptspindelantriebs mit Leistungsangaben für verschiedene Betriebsarten (SIEMENS)	16-4
16.4.	Leerschalthäufigkeit z_0 bei Drehstrom- Asynchronmaschine (Anhaltswerte)	16-5
16.5.	Leerschalthäufigkeit z_0 bei Drehstrom- Asynchronmaschine (Anhaltswerte)	16-7
16.6.	Leistungs-Reduktion abhängig von den Faktoren k_I, k_g und k_L	16-8
17.1.	Ermittlung des äquivalenten Stroms aus den abschnittsweise konstanten bzw. sich linear ändernden Stromwerten der Einzelabschnitte für einen gegebenen Lastfall.	17-2
18.1.	Ermittlung des beschleunigenden Drehmoments M_{bmi} aus den mittleren Drehmomenten von Motor M_M und Last M_L für den Hochlauf eines Antriebs bis zur Betriebsdrehzahl $n_b(t_{Ho}$: Hochlaufzeit)	18-1
18.2.	Ermittlung der wirksamen mittleren Drehmomente bei der Kalandrierung (a), Lüfter- (b) und Wicklercharakteristik (c)	18-3
18.3.	Anhaltswerte für die Leerhochlaufdauer t_{Ho} von Drehstrom-Asynchronmaschinen Bei 6poligen Motoren ist die Leeranlaufzeit etwa gleich der der 4poligen, bei 8poligen Motoren sind die Zeiten etwa $2/3$ so groß.	18-4
18.4.	Verlauf der Getriebeübersetzung $i_{optimal}$ abhängig vom Massenträgheitsmomenten-Verhältnis $J_{Zus} / J_M; M_{Nerf.}$ ist das erforderl. Moment	18-4
19.1.	Aufteilung der einem Antrieb zugeführten Leistung (Prinzip)	19-1
19.2.	Energiebetrachtungen beim Leerhochlauf a) Antriebssystem (Beschleunigungsantrieb) beim Leerhochlauf und Bremslauf b) Nutz- und Läuferverlustarbeit (W) als Flächen bei konstantem Beschleunigungsmoment beim Anlauf bis t_{Ho} mit einer Drehzahl (1), beim zweistufigen Anlauf (2), z. B. mit polumschaltbarem Motor (8/4 polig), und beim vierstufigen Anlauf (3) P_{Zu} zugeführte Leistung P_b Beschleunigungsleistung (P_j) P_v Läuferverlustleistung	19-2
19.3.	Lasthochlauf im Vergleich a) an konstanter Betriebsspannung b) mit Konstantstrom (stromgeregelt)	19-4
20.1.	Wachstumsgesetze	20-1
26.1.	Versorgungsstrecke Erzeuger - Verbraucher	26-1
26.2.	Prinzipskizze eines Transformators	26-3
26.3.	Prinzip Scheibenspulen	26-7
26.4.	Prinzip Röhrenspulen	26-7
26.5.	Schrägschnitte (Trafoblech)	26-8
26.6.	Prinzipbild Kerntransformator	26-8

26.7.	Schnittbandkerntransformator	26-9
26.8.	Ersatzschaltbild des idealen Trafos	26-11
26.9.	Ersatzschaltbild des idealen Trafos	26-11
26.10.	Trafo mit Streufluss	26-12
26.11.	Ersatzschaltbild des Trafos mit Streuung	26-14
26.12.	Zeigerdiagramm des Trafos mit Streuung	26-14
26.13.	Ersatzschaltbild eines Transformators mit Streuung und Wicklungswiderständen	26-15
26.14.	Zeigerdiagramm eines Transformators mit Streuung und Wicklungswiderständen	26-15
26.15.	Vollständiges Ersatzschaltbild eines Transformators	26-16
26.16.	Vollständiges Zeigerdiagramm eines Transformators	26-17
26.17.	Leerlaufersatzschaltbild	26-19
26.18.	Leerlaufzeigerdiagramm	26-19
26.19.	Konstruktion des Leerlaufstromes(punktweise)	26-20
26.20.	Leerlaufstrom bei sinusförmiger Erregung (Messung)	26-20
B.1.	Zusammengesetzte Rechteckschwingung	B-6
B.2.	Zusammengesetzte Dreieckschwingung	B-7
B.3.	Zusammengesetzte Sägezahnschwingung	B-7
B.4.	Zusammengesetzte Sinusbetragschwingung	B-8
D.1.	Lizenz für dieses Dokument(CC-BY-NC)	D-1

Tabellenverzeichnis

0.2.	Versionsgeschichte	13
2.1.	magnetische Größen	2-4
8.1.	Typen von Magnetismus	8-2
8.2.	Typen von Magnetismus (Fortsetzung)	8-3
8.3.	Typen von Magnetismus (Fortsetzung)	8-4
10.1.	wichtige Bewegungsgrößen	10-3

verwendete Formelzeichen

Symbol Einheit Name Beschreibung

Magnetfeld

ID: antriebstechnik.contents.tex

Versionsgeschichte

ID: at-history.tex

Hier sind nur Versionen angegeben, welche offiziell eingesetzt wurden. Zwischenversionen sind nicht angeführt, können aber jederzeit über die Versionsverwaltung rekonstruiert werden.

Version	Datum	Autor	Anmerkung
0.0.1 beta	2007-09-xx	scub	Erstausgabe basierend auf dem Lehrplan
0.0.2	2019-08-xx	scub	erste Kapitel,...noch viel zu tun
0.0.3	2019-08-xx	scub	Magnetismus
0.0.4	2019-08-xx	scub	ESB
0.0.5	2019-08-xx	scub	Permanentmagnetkreis
0.0.6	2019-09-15	scub	Korrekturen
0.1.0/1	2019 -9-26	scub	Trafo strukturiert
0.1.4	2020-04-23	scub	Antriebstechnik Grundlagen
0.2.0	2020-04-23	scub	Erweiterung und Einbindung der Antriebstechnik ins Gesamtskriptum
0.2.1	2020-04-25	scub	Ergänzung der Antriebstechnik
0.3.0	2020-04-30	scub	Gleichstrommaschine

Tabelle 0.2.: Versionsgeschichte

Einleitung

ID: at-einleitg.tex

Das Skriptum stellt nur eine thematische Sortierung der inhaltlich zerrissenen Kompetenzmodule des Lehrplanes dar. Es wurde versucht die Themen und Inhalte zu elektrischen Maschinen einigermaßen kompakt und dem Lehrplanaufbau entsprechend zusammenzufassen. Thematischer Schwerpunkt dieses Skriptums sind elektrische Maschinen mit ihrem Aufbau, ihren Komponenten und ihrem Betriebsverhalten. Auf die Themenbereiche der Antriebstechnik wird nur am Rande eingegangen.

Dieses Skriptum ist unterrichtsbegleitend gedacht. Erläuterungen, Ergänzungen, Zusätze die im Unterricht besprochen wurden gehören ebenso zum Prüfungsstoff wie die entsprechenden Texte dieses Skriptums. Es wird **nicht nur** ausschließlich der Inhalt dieses Skriptums geprüft!

Ebenso ist das Buch „Fachkunde Elektrotechnik“ mit den jeweils relevanten Kapiteln Prüfungsstoff. Werden Verweise auf dieses Buch angegeben, dann wird die 28. Auflage zugrunde gelegt.

Um den Lesefluss nicht zu stören wird auf „korrektes?“ gendern verzichtet. Ist die weibliche Form angegeben, dann gilt selbstverständlich gleichrangig auch die männliche Form.

Texte und Zeichnungen wurden größtenteils der Wikipedia entnommen. Originalquellen können über die jeweiligen Stichworte mit Hilfe von Google gefunden werden. Im Text sind i.a. keine Hinweise auf Quellen angegeben.

Teil I.

2.Jahrgang, Sommersemester

1. Feldbegriff

ID: at-feldbegriff.tex

Felder geben einerseits die räumliche Verteilung bestimmter physikalischer Eigenschaften an: Beispielsweise kann die räumliche Verteilung der Temperatur einer Herdplatte durch ein Temperaturfeld beschrieben werden oder die räumliche Verteilung der Dichte in einem Körper durch ein Massendichtefeld. In diesem Sinne ist ein Feld ein mathematisches Hilfsmittel, das die punktwise definierten physikalischen Eigenschaften eines ausgedehnten oder aus Untersystemen zusammengesetzten Systems in einer Größe, dem Feld, zusammenfasst.

Ein Feld kann auch eine eigenständige physikalische Entität sein, die nicht als zusammengesetztes System oder mathematische Hilfsgröße angesehen werden darf. Das Feld kann genauso wie ein Teilchen, ein starrer Körper oder ein anderes physikalisches System einen Impuls und Drehimpuls tragen, Energie enthalten und sich in angeregten Zuständen befinden. Beispielsweise ist ein Lichtstrahl, der Energie durch den leeren Raum transportiert, wie durch den Poynting-Vektor beschrieben, ein (zeitabhängiges) Feld und steht in der physikalischen Hierarchie der Entitäten auf der gleichen Ebene wie Teilchen oder andere Materie.[5]

In diesem Sinne kann z. B. das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ einerseits einfach nur als räumliche Verteilung der elektrischen Feldstärke angesehen werden, oder als eigenständiges nicht reduzierbares System.

- Neben den Teilchen (stofflichen Objekten) sind Felder die zweite Strukturform der (physikalischen) Materie
- Felder sind Träger von Energie.
- Felder beschreiben einen Raumzustand.
- Die Räume zwischen den stofflichen Objekten werden durch Felder ausgefüllt.
- Felder werden durch stoffliche Objekte verursacht.
- Felder sind Objekte der Übertragung von Wechselwirkungen zwischen Teilchen bzw. Körpern.
- Die Existenz der Felder kann anhand der zwischen ihnen stattfindenden Wechselwirkungen nachgewiesen werden.

- Der Zustand des Raumes wird durch Angabe einer Feldgröße beschrieben, die eine bestimmte Wirkung des Feldes erfasst.
- Die durch Felder vermittelten Wechselwirkungen können ohne direkten Kontakt zwischen den Körpern stattfinden.

2. Magnetische Größen

Nähere Erläuterungen und grundlegende Zusammenhänge können der Wikipedia und der Zusammenstellung Analogie elektrischer und magnetischer Größen und den hier hinterlegten Links entnommen werden. Eine Videoerläuterung ist in dem Video Magnetische Grundgrößen.mp4 zu finden.

2.1. Magnetische Durchflutung

ID: at-magn-durchflutung.tex

Fließt elektrischer Strom durch eine Leiterschleife, so entsteht um den Leiter herum ein konzentrisches Magnetfeld (siehe Bild 2.1). Im Leiterring stehen die Magnetfeldlinien senkrecht auf der Stromebene. Betrachtet man ein Flächenelement des Magnetfelds, so durchflutet der Gesamtstrom I die in sich geschlossenen Magnetfeldlinien. Die Durchflutung Θ ist direkt proportional zum elektrischen Strom. Vergrößert man bei gleichem Stromwert die Anzahl der Leiterschleifen oder Windungszahl N , nimmt die Durchflutung ebenfalls proportional zu. Da die magnetische Durchflutung für das magnetische Feld verantwortlich ist und die elektrische Spannung in einem Stromkreis den elektrischen Strom auslöst, wird sie analog auch als magnetische Urspannung bezeichnet.

Maßeinheit:

Die Maßeinheit der magnetischen Durchflutung ist Ampere (A) oder Amperewindungen (AW). ($[\Theta] = A$)

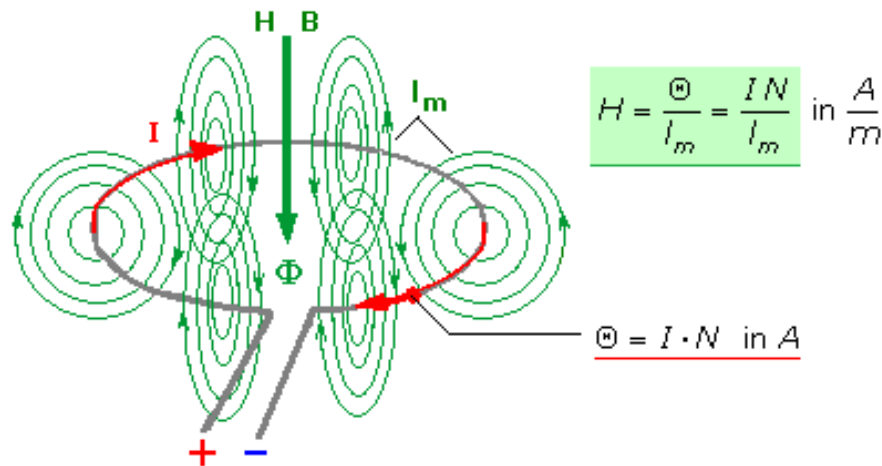
Formel:

$$\Theta = I \cdot N$$

2.2. Magnetische Feldstärke (magnetische Erregung)

ID: at-magn-feldstärke.tex

Die in das Magnetfeld „hineingesteckte“ Durchflutung verteilt sich über die Gesamtlänge der Feldlinien und ergibt so die Magnetische Feldstärke H (... magnetische Erregung). Die Kraft des Magnetfeldes kann zum Beispiel in der Mitte des Ringleiters gemessen werden. Wird bei konstant bleibender Durchflutung der Durchmesser des Leiterringes verkleinert, dann liegen die Magnetfeldlinien näher beieinander. In der Ringmitte ist dann eine höhere Feldstärke messbar. Zur Berechnung nimmt man eine mittlere Feldlinienlänge l_m an.



ID: images/feldstaerke.png

Abbildung 2.1.: Magnetfeld einer Leiterschleife
(Quelle:[3])

Maßeinheit:

Die Maßeinheit der magnetischen Feldstärke (magnetisierendes Feld) bildet sich aus der magnetischen Durchflutung (A) und der Spulenlänge/mittleren Feldlinienlänge ($[H] = \frac{A}{m}$).

Formel:

$$H = \frac{\Theta}{l_m} \quad \Theta = \oint_{\mathcal{L}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = I \dots \text{Durchflutungssatz}$$

2.3. Magnetischer Fluss

ID: at-magn-fluss.tex

Obwohl in Wirklichkeit nichts fließt, vergleicht man die Summe aller magnetischen Feldlinien mit dem elektrischen Strom und nennt es den magnetischen Fluss Φ (Phi). ($[\Phi] = Vs = Wb$)

2.4. Magnetische Flussdichte (Induktion)

ID: at-magn-induktion.tex

(das „eigentliche“ Magnetfeld). Die Feldliniendichte ist die Zahl der Magnetfeldlinien, die senkrecht durch eine bestimmte Fläche gehen. Auf eine Flächeneinheit bezogen ist im homogenen Feld die magnetische Flussdichte (Induktion) Die magnetische Flussdichte B des homogenen Feldes ist direkt proportional zur magnetischen Feldstärke H . Die Proportionalitätskonstante ist μ_0 , eine der Naturkonstanten. Sie wird magnetische Feldkonstante oder magnetische Induktionskonstante (magn. Permeabilität) genannt. ($[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$ (Tesla)). In elektrischen Maschinen wird typischerweise mit einer magnetischen Flussdichte von ca. 1 T gearbeitet.

Formel:

$$\vec{B} = \frac{\vec{\Phi}}{\vec{A}}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

beachte auch die Herleitung über die Lorentzkraft (Kap: 4.1.3)

2.5. Zusammenstellung

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Grundgleichung	Vereinfachung	Bemerkungen
Magnetische Feldstärke	\vec{H}	A/m	$H = Q(\vec{r} \times \vec{v}) / (4\pi r^3)$	$H = I / (2\pi r)$	Ladung Q [As], Radius r [m], Geschwindigkeit v [m/s]
Magnetische Durchflutung	Θ	A	$\Theta = \int \vec{H} d\vec{s}$	$\Theta = N \cdot I$	Anzahl Windungen N [-]
Magnetische Flussdichte	B	T = Vs/m ²	$\vec{B} = \mu \vec{H}$	$B = \mu \cdot H$	B wird auch Induktion genannt
Magnetische Permeabilität	μ	Vs/Am	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	$\mu_{rLuft} \approx 1$	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$
Magnetischer Fluss	Φ	Vs	$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$	$\Phi = B \cdot A$	
Flussverkettung	ψ	Vs	$\psi = N\Phi$		Anzahl vom Fluss durchflossenen Windungen N [-]
Magnetischer Widerstand	R_m	A V ⁻¹ s ⁻¹	$R_m = \Theta / \Phi$	$R_m = l / (A \cdot \mu)$	Länge l [m], Fläche A [metre/square]
Magnetische Energie	W_m	J	$W_m = \frac{1}{2} \int BH dV$	$W_m = \frac{1}{2} B \cdot H \cdot V$	Volumen V [m ³]
Maxwellkraft	F	N	$F = dW_m / d\delta$	$F = \Phi \cdot H$	Luftspaltdicke δ [m]
Lorentzkraft	F	N	$F = I(\vec{s} \times \vec{B})$	$F = B \cdot I \cdot l \cdot N$ $F = I_1 \cdot I_2 \cdot l \cdot \mu / (2\pi r)$	Leiterlänge im Luftspalt l [m] Hin- I_1 und Rückleiter I_2 [A]
Induzierte Spannung	u_i	V	$u_i = d\psi / dt$ $u_i = \oint (\vec{B} \times \vec{v}) d\vec{s}$	$u_i = A \omega BN$ $u_i = B \cdot l \cdot v \cdot N$	Elektrische Winkelgeschwindigkeit ω [1/s] Relative Geschwindigkeit Leiter zu Magnetfeld v [m/s]
Induktivität	L	H	$u = L \frac{di}{dt}$	$L = N^2 / R_m$	Anzahl Windungen N
Streuinduktivität	L_σ	H	$L_1 = L_h + L_\sigma$		Induktivität Primärseite L_1 [H], Hauptinduktivität L_h , Streuinduktivität L_σ [H]
Gegeninduktivität	M	H	$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$		Koppelfaktor $k < 1$
Übersetzungsverhältnis	\ddot{u}	-	$= N_1 / N_2$	$= u_1 / u_2 = i_2 / i_1$	Primärseite mit Index 1

Tabelle 2.1.: magnetische Größen

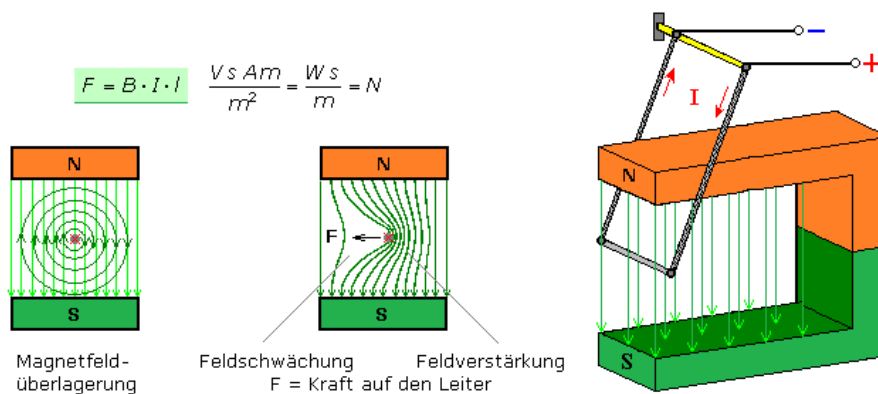
3. Magnetische Felder, Feldverteilungen

4. Kräfte und Energie im Magnetfeld

4.1. Magetische Kraftwirkung (Lorentzkraft)

ID: at-lorentzkraft.tex

Fließt elektrischer Strom durch einen Leiter, so wirken Kräfte ein, die vom umgebenen Magnetfeld verursacht werden. Die Kraftwirkung erfolgt auch auf Stromleiter in einem Permanentmagnetfeld. Ein Leiter der Länge l wird vom Strom I durchflossen und soll in einem homogenen Magnetfeld befinden. Die Stromrichtung verläuft senkrecht zur äußeren Magnetfeldrichtung. Beide Magnetfelder überlagern sich. Dabei wird das Feld auf der einen Seite geschwächt und auf der anderen Seite verstärkt. Jedes Feld ist bestrebt seinen kleinsten Energieinhalt anzunehmen, daher wollen sich die Feldlinien verkürzen. Auf den Stromleiter wirkt eine Kraft F ein, die den Leiter zur schwächeren Seite des Feldes auslenkt. Diese Kraft ist direkt abhängig vom Permanentmagnetfeld, vom Leiterstromfluss und der im Magnetfeld verlaufenden Leiterlänge. Das folgende Bild verdeutlicht diese Aussagen.



ID: images/lorentzkraft.png

Abbildung 4.1.: magn. Kraftwirkung (Lorentzkraft)
(Quelle:[3])

Die Lorentzkraft ist die Kraft, die eine Ladung in einem magnetischen oder elektrischen Feld erfährt. Ein Magnetfeld übt dabei Kraft auf bewegte Ladungen aus, während ein elektrisches Feld auf bewegte und unbewegte Ladungen gleichermaßen wirkt. Sie ist nach dem niederländischen Mathematiker und Physiker Hendrik Antoon Lorentz benannt.([7])

Die magnetische Komponente der Kraft ist am größten, wenn die Bewegungsrichtung der Ladung senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft, und gleich Null, wenn

die Ladung sich entlang einer Feldlinie bewegt. Sie wirkt immer senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladung und zu den Magnetfeldlinien.

Eine Erklärung der Lorentzkraft, die letztlich auf die elektrostatische Anziehung zurückgeführt wird, liefert die Spezielle Relativitätstheorie.

Bewegt sich eine elektrische Ladung q mit der Geschwindigkeit \vec{v} durch ein elektromagnetisches Feld, ist die insgesamt auf die Ladung wirkende Lorentzkraft:

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = q \cdot (\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}))$$

\vec{F}_E und \vec{F}_B sind dabei die elektrische und magnetische Komponente der Lorentzkraft, \vec{E} die elektrische Feldstärke, und \vec{B} die magnetische Flussdichte.

Der resultierende Vektor eines Kreuzprodukts steht stets senkrecht auf beiden Ausgangsvektoren, und das Skalarprodukt orthogonaler Vektoren ist gleich 0. Daraus ergibt sich für den Fall eines nicht vorhandenen äußeren elektrischen Felds ($E = 0$):

- Bei der Ablenkung eines Teilchens der Ladung q im räumlich und zeitlich konstanten Magnetfeld wird im Gegensatz zur Ablenkung im elektrischen Feld keinerlei Arbeit verrichtet, die kinetische Energie und damit die Bahngeschwindigkeit bleiben unverändert, denn

$$\frac{dW_{\text{kin}}}{dt} = \frac{m}{2} \frac{d\vec{v}^2}{dt} = m\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \cdot m \cdot \vec{a} = \vec{v} \cdot \vec{F} = \vec{v} \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

Dies gilt auch für relativistische Teilchen. Tatsächlich jedoch emittieren die Teilchen wegen ihrer Ablenkung Bremsstrahlung (auch Synchrotronstrahlung genannt ... e^- Ablenkung auf Kreisbahn) und geben dadurch Energie ab.

- Verlaufen die Vektoren \vec{v} und \vec{B} parallel oder antiparallel zueinander, wird \vec{F} gleich 0. Bewegt sich eine Ladung q in Feldlinienrichtung eines Magnetfelds oder genau entgegengerichtet, findet keinerlei Ablenkung statt.

Betrachtet man dagegen, wie in älteren Physik-Lehrbüchern üblich, als Lorentzkraft im engeren Sinne allein die magnetische Komponente der obigen Gesamtkraft \vec{F} , gilt für ihre Berechnung entsprechend die Formel:

$$\vec{F}_L = \vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Die in solchem Fall ebenfalls separat betrachtete elektrische Komponente der Lorentzkraft im weiteren Sinne wird als Coulombkraft bezeichnet und wie folgt berechnet:

$$\vec{F}_C = \vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

4.1.1. Lorentzkraft auf bewegte Punktladungen

ID: at-lorentzkraft-punktladung.tex

Als bewegte Punktladungen werden kleine freie Ladungen wie etwa Elektronen, Protonen oder andere geladene Elementarteilchen, z.B. α -Teilchen, aber auch Ionen betrachtet, die sich frei im Raum, z.B. im Vakuum oder in einer Salzlösung, bewegen können.

Da die Richtung der Lorentzkraft vom Vorzeichen der Ladung q abhängt, werden entgegengesetzt geladene Punktladungen gleicher Bewegungsrichtung in entgegengesetzte Richtungen abgelenkt.

Der Betrag der Lorentzkraft ergibt sich dabei aus

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

zu

$$|\vec{F}_L| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

mit α als dem Winkel zwischen der Bewegungsrichtung von q und der Richtung des Magnetfelds bzw. seiner Flussdichte \vec{B} .

Bewegt sich die Punktladung genau senkrecht zum Magnetfeld, gilt $\sin \alpha = 1$

$$|\vec{F}_L| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}|$$

4.1.2. Lorentzkraft am stromdurchflossenen Leiter

ID: at-lorentzkraft-leiter.tex

Die Lorentzkraft ist das zentrale Bindeglied zwischen Elektrizität und Mechanik. Fließt Strom durch einen Leiter, der quer oder schräg zu den Feldlinien eines ihn umgebenden Magnetfelds liegt, dann lässt sich eine Kraftwirkung auf den Leiter feststellen. Die Auslenkung im Leiterschaukelversuch (siehe [6]) oder die Messungen beim

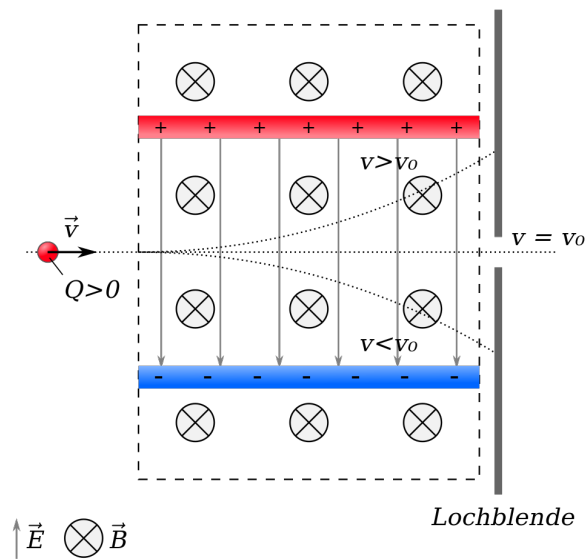


Abbildung 4.2.: Kräftegleichgewicht zwischen Lorentzkraft und Coulombkraft (Quelle:[7])

ID: images/lorentz-coulomb.png

Stromwaagen-Experiment (siehe [7]) verdeutlichen dies. Die Kraftwirkung leitet sich dabei aus der auf eine bewegte Punktladung wirkenden Lorentzkraft her. Diese wirkt auf die einzelnen Ladungsträger im Leiter.

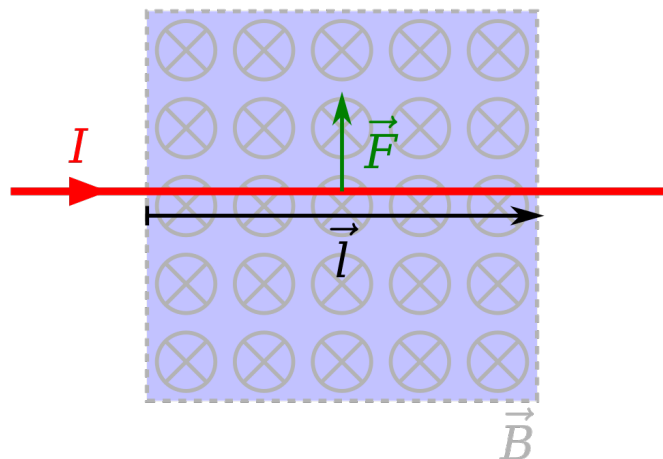


Abbildung 4.3.: Lorentzkraft am Leiterstück (Quelle:[7])

ID: images/lorentzkraft2.png

Um die genannten Vorgänge rechnerisch zu erfassen, werde der Einfachheit halber zunächst ein gerades Stück Draht der gerichteten Länge \vec{l} betrachtet, das in einem zeitlich konstanten homogenen äußeren Magnetfeld der Flussdichte B liegt. Durch den Draht fließe ein ebenfalls zeitlich konstanter Strom der Stärke I , sodass seine

Leitungselektronen sich mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit \vec{v} durch den Draht bewegen und dabei in der Laufzeit t die Gesamtladung

$$q = I \cdot t$$

mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \frac{\vec{\ell}}{t}$$

transportieren. Wegen $q\vec{v} = I\vec{\ell}$ ist damit die Summe der Lorentzkräfte auf alle am Stromfluss beteiligten Leitungselektronen und damit auf das Drahtstück als Ganzes

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) = I(\vec{\ell} \times \vec{B}).$$

Die zugehörige Betragsgleichung lautet

$$|\vec{F}_L| = |I| |\vec{\ell}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

mit α als dem Winkel zwischen der Längsrichtung des Drahtes und der Richtung der magnetischen Flussdichte \vec{B} .

Verläuft der Draht genau senkrecht zum Magnetfeld, ist $\sin \alpha = 1$ und die Gleichung vereinfacht sich zu

$$|\vec{F}_L| = |I| |\vec{\ell}| |\vec{B}|.$$

Für gekrümmte Leiter muss die Kraftwirkung durch Integration berechnet werden, indem das Magnetfeld nur für infinitesimal kleine Stücke $d\vec{\ell}$ des Leiters als konstant angesehen wird. Damit ergibt sich folgende Formel:

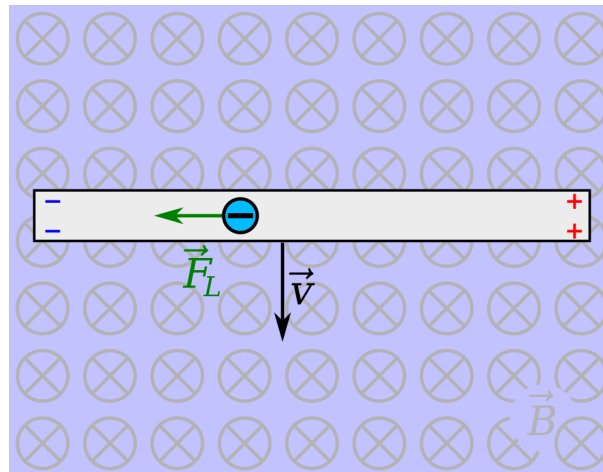
$$\vec{F}_L = I \int d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

4.1.3. Herleitung der magn. Induktion

ID: at-lorentzkraft-induktion.tex

Des Weiteren erklärt die Lorentzkraft die Umwandlung mechanischer Bewegung in elektrische Spannung. Dabei ergibt sich mittels der Lorentzkraft eine alternative Herleitung der elektromagnetischen Induktion statt über die Flussänderung.

Der Einfachheit halber sei wieder ein gerades Stück Draht der Länge l betrachtet, das nun mit der konstanten Geschwindigkeit \vec{v} quer durch ein senkrecht zu ihm verlaufendes zeitlich konstantes homogenes äußeres Magnetfeld der Flussdichte B geschoben werde, also so, dass die Längsrichtung des Drahtes dabei außerdem senkrecht auf \vec{v} steht.



ID: images/lorentzkraft3.png

Abbildung 4.4.: Lorentzkraft und Induktion
(Quelle:[7])

Wie bereits erläutert, halten sich in diesem Fall zwei Kräfte die Waage, zum einen die Lorentzkraft \vec{F}_L , die die Leitungselektronen des Drahtes in Richtung eines seiner beiden Enden verschiebt, zum anderen die auf die Leitungselektronen wirkende Coulombkraft \vec{F}_C aufgrund der durch die Ladungstrennung zwischen beiden Leiterenden induzierten elektrischen Spannung:

$$\vec{F}_L + \vec{F}_C = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_C = -\vec{F}_L \Leftrightarrow q \vec{E} = -q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Herauskürzen der, wie zu sehen, hier gänzlich unerheblichen Gesamtladung q und skalare Multiplikation mit dem Vektor der gerichteten Leiterlänge $\vec{\ell}$ liefert schlussendlich die Gleichung für die gesuchte Induktionsspannung U_{ind} :

$$U_{\text{ind}} = \vec{\ell} \cdot \vec{E} = -\vec{\ell} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = (\vec{\ell} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}$$

Sind die drei Vektoren, wie eingangs verlangt, paarweise senkrecht zueinander, vereinfacht sich das Produkt $l(\vec{v} \times \vec{B})$, sodass sich die Formel

$$U_{\text{ind}} = -|\vec{\ell}| |\vec{v}| |\vec{B}|$$

ergibt (siehe dazu auch den [?]).

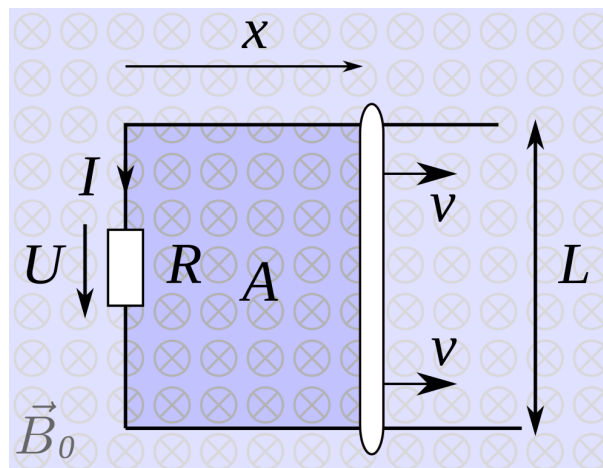
4.1.4. Lenzsche Regel

ID: at-lorentzkraft-lenz.tex

Überbrückt man beide Enden eines bewegten Leiters mit einem ohmschen Widerstand der Größe R , der nicht gegenüber dem Magnetfeld bewegt wird, entsteht eine geschlossene Leiterschleife, über die sich die Induktionsspannung ausgleichen kann, so dass diese und das Produkt $I_{\text{ind}} \cdot R$ also gemäß der Kirchhoffschen Maschenregel die Summe 0 liefern:

$$U_{\text{ind}} + I_{\text{ind}} \cdot R = 0 \Leftrightarrow$$

$$I_{\text{ind}} = \frac{-U_{\text{ind}}}{R} = \frac{\vec{\ell} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}{R} = \frac{-(\vec{\ell} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}}{R}$$



ID: images/lenz1.png

Abbildung 4.5.: Stromkreis demonstriert Lenzsche Regel
(Quelle:[7])

Der durch den geschlossenen Stromkreis fließende Strom erzeugt nun eine Lorentzkraft, die der Bewegungsrichtung entgegenwirkt. Die Lorentzkraft erklärt somit nicht nur die Ladungstrennung, mit der die Induktionsspannung entsteht, sondern zudem die Gegenkraft, die Teil der Lenzschen Regel ist.

In gleicher Weise erzeugen Generatoren Spannung und lassen Ströme fließen, wodurch sie mechanische in elektrische Leistung umformen. Beim Elektromotor sind Spannung und Strom so gerichtet, dass er elektrische Leistung aufnimmt und als verrichtete Arbeit abgibt.

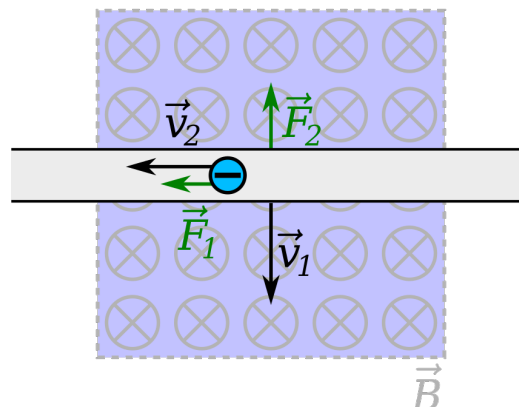


Abbildung 4.6.: Lorentzkraft erklärt Lenzsche Regel
(Quelle:[7])

ID: images/lenz2.png

4.1.5. Technische Anwendungen der Lorentzkraft

ID: at-lorentzkraft-anwendungen.tex

Die Wirkung der Lorentzkraft wird neben den rotierenden el. Maschinen in vielen Anwendungsbereichen genutzt:

- Rotierende elektrische Maschinen wie der Elektromotor und der elektrische Generator
- Ablenkmagnete und Ablensysteme zur Fokussierung und Ablenkung von geladener Teilchenstrahlung (zum Beispiel in der Kathodenstrahlröhre, in Bildröhren, in allen Kreisbeschleunigern)
- Wienfilter, der nur Ionen einer bestimmten Geschwindigkeit passieren lässt
- In magnetfeldabhängigen Widerständen, wie in der Feldplatte, beim Hall-Effekt und den darauf basierenden Hall-Sensoren
- Magnetohydrodynamische Generatoren und magnetohydrodynamischer Antrieb
- elektrodynamische Wandler, zum Beispiel Lautsprecher, dynamische Mikrofone, Drehspulmesswerke
- magnetischer Einschluss des Plasmas in Kernfusionsreaktoren wie beim Tokamak und beim Stellarator
- Berührungslose Durchflussmessung mit Lorentzkraft-Anemometrie
- Massenspektrometrie zur chemischen und physikalischen Analytik

4.2. Bewegung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld

ID: at-lorentzkraft-anwendungen.tex

Die Wirkung der Lorentzkraft wird neben den rotierenden el. Maschinen in vielen Anwendungsbereichen genutzt:

- Rotierende elektrische Maschinen wie der Elektromotor und der elektrische Generator
- Ablenkmagnete und Ablensysteme zur Fokussierung und Ablenkung von geladener Teilchenstrahlung (zum Beispiel in der Kathodenstrahlröhre, in Bildröhren, in allen Kreisbeschleunigern)
- Wienfilter, der nur Ionen einer bestimmten Geschwindigkeit passieren lässt
- In magnetfeldabhängigen Widerständen, wie in der Feldplatte, beim Hall-Effekt und den darauf basierenden Hall-Sensoren
- Magnetohydrodynamische Generatoren und magnetohydrodynamischer Antrieb
- elektrodynamische Wandler, zum Beispiel Lautsprecher, dynamische Mikrofone, Drehspulmesswerke
- magnetischer Einschluss des Plasmas in Kernfusionsreaktoren wie beim Tokamak und beim Stellarator
- Berührungslose Durchflussmessung mit Lorentzkraft-Anemometrie
- Massenspektrometrie zur chemischen und physikalischen Analytik

4.3. Kräfte an Grenzflächen)

ID: at-bewegungsenergie.tex

Die Leistung, die ein Kraftfeld \vec{F}_r an einem Teilchen verrichtet, welches sich unter Einfluss dieses Kraftfeldes mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, beträgt $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Die Leistung des Magnetfeldes beträgt also $P = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$ weil $(\vec{v} \times \vec{B})$ immer senkrecht auf \vec{v} steht.

Ein Magnetfeld kann nicht die kinetische Energie eines Teilchens ändern. Es ändert zwar die Richtung der Geschwindigkeit (d.h. es findet sehr wohl eine Beschleunigung statt), aber nicht deren Betrag!
Die Lorentz-Kraft leistet keine Arbeit!

Antwort: D1, weil es nur auf den Abstand der Endpunkte der in die Ebene senkrecht zu B projizierten Strecke a

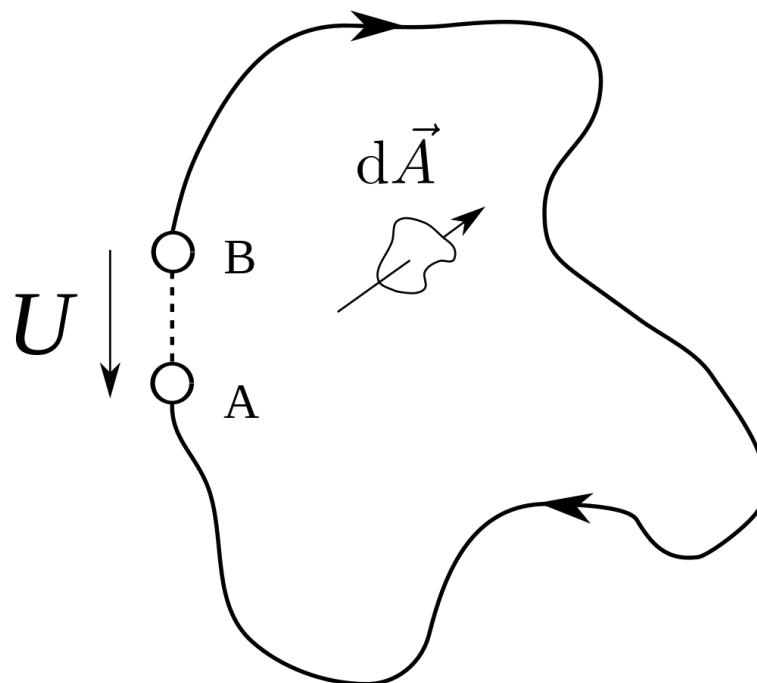
5. Induktionsvorgänge

5.1. Induktionsgesetz

Das Induktionsgesetz gibt die Verknüpfung vom el. Feld mit dem magn. Feld an. Spannung

$$U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt}$$

Bedeutung (allg.): Eine zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte erzeugt eine Induktionsspannung, die der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt (Energieerhaltungssatz).



ID: images/induktionsgesetz.png

Abbildung 5.1.: Leiterschleife, Induktionsgesetz allgemein
(Quelle:[1])

Der Fluss kann nun grundsätzlich auf drei Arten verändert werden:

- durch die eingeschlossene Fläche
- durch die Stärke des Magnetfeldes
- durch den Winkel zwischen Fläche und durchdringendem Magnetfeld
- von der Windungszahl der Leiterschleife (Spule)

Eine Induktionsspannung geht in leitfähigen Materialien mit einem elektrischen Strom einher, da in einem Leiter kein el. Feld existieren kann (Idealfall).

Wir betrachten zunächst die beiden zuerst genannten Punkte und eine Spule mit einer Windung, eine Leiterschleife der Fläche A . Dann kann man sich zunächst anschaulich mithilfe von Feldlinien darstellen, wie man ein Magnetfeld charakterisieren kann, das eine Fläche durchsetzt. Das Feld sei dabei senkrecht zur Fläche gerichtet (5.1). Die magnetische Flussdichte ist ein Maß für die Dichte der Feldlinien. Die Anzahl der Feldlinien als Maß für das Magnetfeld, das durch eine Fläche hindurchtritt, ist nicht nur von der Dichte der Feldlinien, sondern auch von der Größe der Fläche abhängig. Deshalb hat man als neue Größe den magnetischen Fluss eingeführt und definiert:

$$\Phi = B \cdot A$$

Als wirksame Fläche wird diejenige Fläche der Leiterschleife bezeichnet, die senkrecht vom magnetischen Feld durchsetzt wird. Es ist leicht nachvollziehbar, dass sie bei einer gegebenen Leiterschleife zwischen der Fläche A dieser Leiterschleife (senkrecht zum Feldvektor) und null (parallel zum Feldvektor) betragen kann. So kann man die wirksame Fläche beispielsweise durch Drehen einer Leiterschleife oder Spule im Magnetfeld zwischen dem Maximalwert A und null ändern. Liegt eine Spule vor, kann man diese als aneinandergereihte Leiterschleifen auffassen. Beträgt die Windungszahl der Spule N , dann ist die maximale wirksame Fläche das N -fache einer Leiterschleife.

Für die zwischen beiden Drahtenden mit einem im Laborsystem ruhenden oder auch bewegten Messgerät messbare elektrische Spannung ergibt sich unter den Voraussetzungen, die im Bild 5.1 gekennzeichnet sind:

$$U = + \frac{d\Phi}{dt}$$

Hierbei ist Φ der magnetische Fluss

$$\Phi = \int_{A(t)} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

der durch eine (beliebige) von der Leiterschleife, den Zuleitungen zum Messgerät und den Leitungen im Messgerät begrenzten Fläche $A(t)$ hindurchtritt. Es kann gezeigt werden, dass es bei der Berechnung des Flusses nicht auf die Form der Fläche, sondern ausschließlich auf deren Berandung ankommt. Ebenso ist es bei der Rechnung nicht notwendig zu unterscheiden, ob die elektrische Spannung der Anordnung durch eine Änderung der Flussdichte oder durch eine Bewegung des Leiters erzeugt wird.

Bei der Festlegung des Vorzeichens in der Gleichung

$$U = \frac{d\Phi}{dt}$$

ist zu beachten, dass das Vorzeichen sowohl von der Einbaurichtung des Messgerätes, als auch von der Flächenorientierung abhängt und daher immer zusammen mit dem zugehörigen Schaltbild gelesen werden muss.

Die Flächenorientierung ist im Schaltbild durch den eingezeichneten Pfeil beim Flächenelement $d\vec{A}$ gekennzeichnet. Der Pfeil bei der Spannungsangabe U definiert wiederum die Einbaurichtung des Messgerätes. Die vorliegende Bepfeilung bei der Spannung (Pfeil zeigt von oben nach unten) bedeutet, dass an der oberen Anschlussklemme der +Pol des Anschlusskabels des Digitalvoltmeters und an der unteren Anschlussklemme das schwarze Anschlusskabel des Digitalvoltmeters angeschlossen wird. Würde man das Messgerät herumdrehen (Spannungspfeil von unten nach oben) oder die Flächenorientierung umgekehrt wählen, so würde sich in der Gleichung ein negatives Vorzeichen ergeben. Ein positives Vorzeichen ergäbe sich hingegen wiederum, wenn man sowohl die Orientierung des Spannungspfeils als auch die Flächenorientierung herumdrehen würde.

Beachte Video: <https://www.youtube.com/watch?v=HzgTDyXxAFA>

Video Induktionsgesetz

Anfang des 20. Jahrhunderts erfolgte die relativistische Eingliederung des Induktionsgesetzes im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie (=> Quantenfeldtheorie). Anders als in der Mechanik, bei der sich die spezielle Relativitätstheorie erst bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit merklich auswirkt, sind relativistische Effekte in der Elektrodynamik schon bei sehr kleinen Geschwindigkeiten zu beobachten (beispielsweise einige mm/s). So konnte im Rahmen der Relativitätstheorie beschrieben werden, wie sich beispielsweise die Beträge der elektrischen und magnetischen Feldkomponenten in Abhängigkeit von der Bewegung zwischen einem Beobachter und einer beobachteten elektrischen Ladung verändern. Diese Abhängigkeiten in der relativen Bewegung zueinander zwischen verschiedenen Bezugssystemen werden durch die Lorentz-Transformation beschrieben. Dabei zeigt sich, dass das Induktionsgesetz in Kombination mit den restlichen Maxwellschen Gleichungen „lorentzinvariant“

ist. Das heißt, die Struktur der Gleichungen wird durch die Lorentztransformation zwischen verschiedenen Bezugssystemen nicht verändert. Dabei wird deutlich, dass die elektrischen und magnetischen Felder nur zwei Erscheinungsformen desselben Phänomens sind.

Nachtrag: In mathematischer Form lässt sich das Induktionsgesetz durch jede der folgenden drei Gleichungen beschreiben: Induktionsgesetz in SI-Einheiten Differentielle Form Integralform I Integralform II

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\oint_{\partial \mathcal{A}(t)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_{\mathcal{A}(t)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$
$$\oint_{\partial \mathcal{A}(t)} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}(t)) \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} \vec{B}(t) \cdot d\vec{A}$$

In den Gleichungen steht \vec{E} für die elektrische Feldstärke und \vec{B} für die magnetische Flussdichte. Die Größe $d\vec{A}$ ist das orientierte Flächenelement und $\partial \mathcal{A}$ der Rand (die Konturlinie) der betrachteten Integrationsfläche \mathcal{A} . \vec{v} ist die lokale Geschwindigkeit der Konturlinie in Bezug auf das zugrundeliegende Bezugssystem.

5.2. Induktion durch zeitlich veränderliche Felder

5.3. Induktion durch Bewegung (einer Leiterschleife)

Teil II.

3. Jahrgang, Wintersemester

6. Magnetismus

ID: at-magnetismus.tex

Der Magnetismus hat seinen Ursprung darin, dass einzelne Atome mit nicht abgeschlossenen Elektronenschalen sich wie kleine Stabmagnete, also wie magnetische Dipole verhalten. Die „Stärke“ des atomaren Dipols bezeichnet man als magnetisches Moment des Atoms. Dieses magnetische Moment setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen. Der eine stammt von der Eigendrehung der Elektronen, dem Spin. Der andere Beitrag wird durch die Bewegung der Elektronen um den Atomkern erzeugt, die häufig einen Bahndrehimpuls und damit auch ein magnetisches Moment aufweist. Deshalb unterscheidet man zwischen den magnetischen Spinmomenten und den magnetischen Bahnmomenten. Beide magnetischen Momente eines Atoms wechselwirken miteinander, sie sind aufgrund der Spin-Bahn-Wechselwirkung miteinander gekoppelt. Unter bestimmten Umständen koppeln auch die magnetischen Momente der einzelnen Atome miteinander und zeigen dann alle in die gleiche Richtung. Dies wird durch eine besondere Kraft, die Austauschwechselwirkung, hervorgerufen, die man mit den Gesetzen der Quantenmechanik erklären kann. Materialien, bei denen diese Ausrichtung auftritt, nennt man Ferromagnete, weil der Effekt zuerst beim Eisen (lateinisch: ferrum) beobachtet wurde. Das makroskopische magnetische Moment, das für einen Festkörper charakteristisch ist, ergibt sich aus der vektoriellen Summe aller atomaren magnetischen Momente und wird Magnetisierung genannt.

Die atomaren magnetischen Momente werden allerdings durch das komplexe Zusammenspiel der Elektronen in kondensierter Materie und die Bindungsverhältnisse im Kristall modifiziert. Während die Spins von den enormen elektrischen Feldern, die in einem Kristall herrschen, unmittelbar nichts merken, „spüren“ die elektrisch geladenen Elektronen, die einen Bahndrehimpuls haben, diese Felder auf ihrer räumlich ausgedehnten Bahn. Infolgedessen richtet sich das Bahnmoment – und über die Spin-Bahnkopplung das gesamte magnetische Moment – so aus, dass die Energie der Elektronen so gering wie möglich ist. Die magnetischen Eigenschaften eines Festkörpers hängen somit über die lokalen elektrischen Felder von seiner Kristallstruktur ab.

In der Umgangssprache wird unter Magnetismus praktisch ausschließlich der Ferromagnetismus verstanden, denn dieser ist im Alltag häufig zu finden und vertraut: Haftmagnete an einer Blechtafel, die Wirkungsweise eines Kompass usw. Die anderen Arten des Magnetismus (Diamagnetismus, Paramagnetismus usw.) sind dagegen in der alltäglichen Umwelt unauffällig. Mit „magnetisch“ ist also meist „ferromagnetisch“ gemeint. Die meisten Menschen verbinden den Begriff Magnetismus richtigerweise sehr stark mit den Werkstoffen Eisen und Stahl. Weniger bekannt ist, dass auch Nickel und Kobalt ferromagnetisch sind.

Wirkungen oder Gefahren magnetischer Gleichfelder auf den Menschen sind nicht bekannt. Auch die gepulsten Felder sind im Allgemeinen ungefährlich. Dagegen kommt es bei starken Feldern durch Sekundäreffekte, wie mechanische Kräfte, Beeinflussung elektronischer Geräte usw., zu Gefährdungen.

6.1. Ferromagnetismus

ID: at-ferromagn.tex

Ferromagnetismus (von lateinisch Ferrum ‚Eisen‘) ist die bekannteste Art des Magnetismus von Festkörpern. Sie wird dadurch erklärt, dass die magnetischen Momente (Elementarmagnet) der Atome des Materials dazu neigen, sich parallel auszurichten. Ferromagneten erzeugen entweder selbst ein dauerhaftes Magnetfeld oder werden von einem Pol eines äußeren Magnetfelds stark angezogen. Ferromagnetische Materialien sind normalerweise Festkörper. Bekannte Anwendungen sind u. a. Dauermagnete, Elektromotoren, Transformatoren sowie die diversen Formen magnetischer Datenspeicher (Magnetband, Diskette, Festplattenlaufwerk).

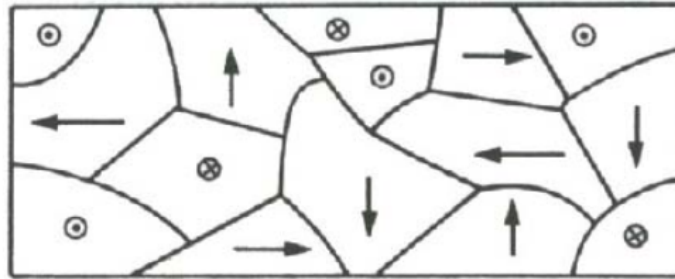
Als reine Metalle sind Eisen, Cobalt und Nickel bei Raumtemperatur (ca. 20 °C) ferromagnetisch.

Ferromagnetische Werkstoffe magnetisieren sich in einem externen Magnetfeld so, dass sich die magnetische Flussdichte in ihrem Inneren im Vergleich zum Außenraum erhöht, und werden dadurch in Richtung höherer Feldstärken („in das Magnetfeld hinein“) gezogen. Der Faktor der Flussdichteerhöhung im Vergleich zum leeren Raum wird durch die magnetische Permeabilität μ_r des Materials beschrieben; bei Ferromagneten gilt $\mu_r \gg 1$.

Ferromagneten zeigen die Tendenz, ihre magnetische Ordnung auch entgegen äußeren Einflüssen beizubehalten. Das führt u.a. dazu, dass sie die im Inneren erzeugte magnetische Ordnung und somit das von ihnen erzeugte äußere Magnetfeld beibehalten, auch wenn sie keinem Magnetfeld mehr ausgesetzt sind. Diese Tendenz bezeichnet man als Remanenz des Ferromagnetismus.

Ein Material wird als ein ferromagnetischer Stoff eingestuft oder deklariert, wenn sich darin unterhalb der Curie-Temperatur die magnetischen Momente der Atome parallel ausrichten. Dieser Effekt rührt daher, dass es in diesen Materialien eine Wechselwirkung zwischen den Atomen gibt, die dazu führt, dass die Gesamtenergie des Materials sich durch die Ordnung gegenüber einer ungeordneten Konfiguration verringert.

Diese Tendenz der Elementarmagnete, sich parallel auszurichten, führt zu einer spontanen Magnetisierung von größeren Bereichen, den weißschen Bezirken, in denen die Elementarmagnete größtenteils parallel ausgerichtet sind.

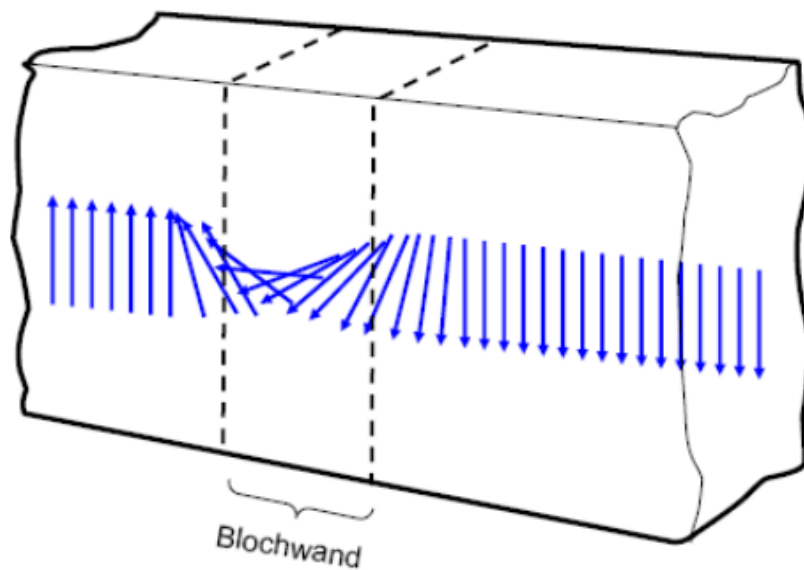


ID: images/weissche-bezirke.png

Abbildung 6.1.: Mögliche spontane Anordnung Weisscher Bezirke ferromagnetischer Materialien

(Quelle:[])

Ohne äußere Einflüsse sind die Richtungen der Magnetfelder benachbarter weisscher Bezirke antikorreliert. In den Blochwänden zwischen den Bezirken sind die Elementarmagnete so ausgerichtet, dass ein Übergang zwischen den beiden Magnetisierungsrichtungen erfolgt.



ID: images/blochwand.png

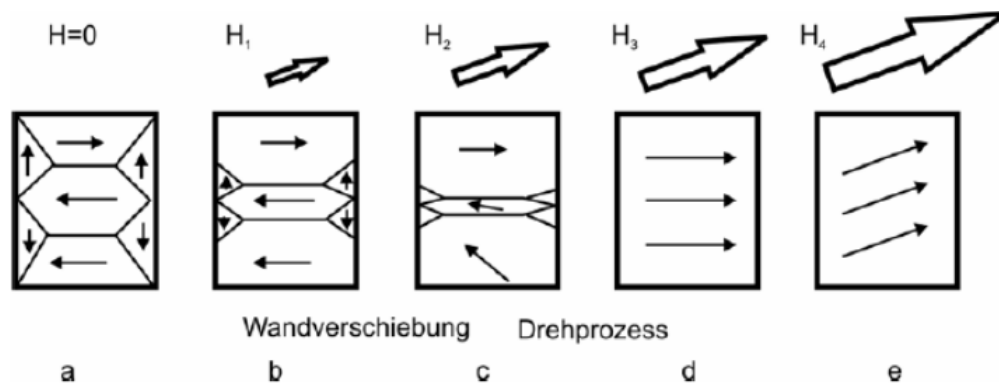
Abbildung 6.2.: Blochwand zwischen zwei 180°-Domänen und Umkehr der atomaren magnetischen Momente

(Quelle:[])

An den Rändern aneinanderliegender Domänen ändert sich die Magnetisierungsrichtung keineswegs sprunghaft, sondern schrittweise innerhalb einer Bloch-Wand.

Da sich das Magnetfeld der spontanen Domänenanordnung im Material schließt, scheinen auch ferromagnetische Materialien nach außen nicht magnetisch zu sein, solange kein äußeres Magnetfeld angelegt war oder ist.

Wird das Material einem externen Magnetfeld ausgesetzt, schrumpfen die Weiss-Bezirke, die dem äußeren Magnetfeld entgegengerichtet magnetisiert sind, und klappen schließlich um.



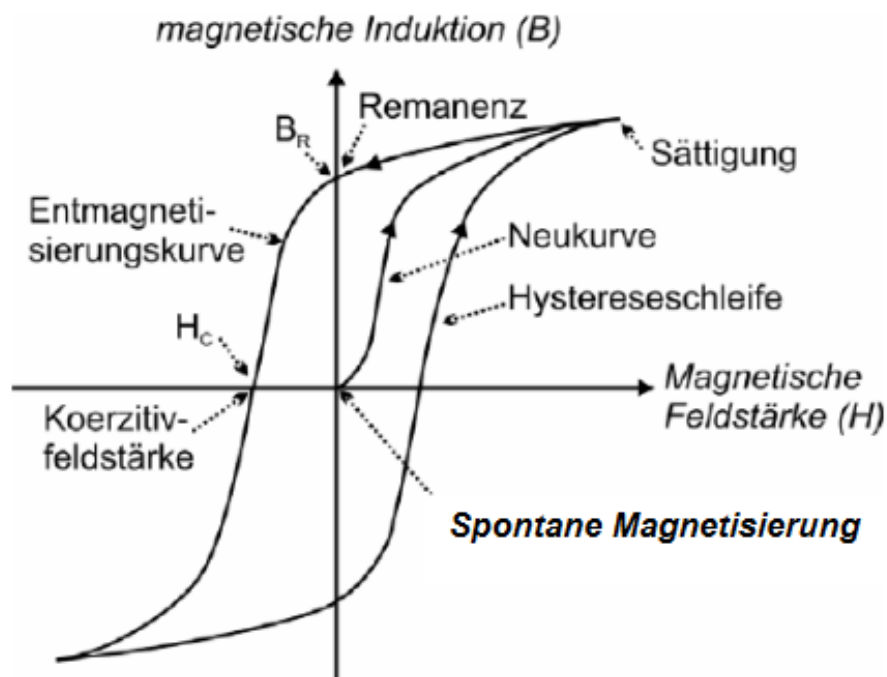
ID: images/magnetisierungsablauf.png

Abbildung 6.3.: 4: Ablauf der Magnetisierung eines ferromagnetischen Materials a) nach außen unmagnetischer Zustand b) reversible Wandverschiebung c) weitere Wandverschiebung und Drehprozesse d) Wandverschiebung beendet (magnetischer Einbereich in leichter Richtung) e) reversible Drehprozesse, Sättigung
(Quelle:[])

Das Anlegen eines sehr kleinen Magnetfeldes bewirkt Blochwandverschiebungen, die zu Anfang reversibel (b), nach Überschreiten bestimmter Potenzialschwellen irreversibel (Barkhausensprünge) sind (c).

Sind alle Weisschen Bezirke so orientiert, dass die Magnetisierungsrichtungen mit der einer Vorzugsrichtung zusammenfallen, die mit dem äußeren Feld den kleinstmöglichen Winkel bildet (d), so ist eine weitere Steigerung der Magnetisierung bei wachsendem äußerem Feld nur möglich, wenn die Magnetisierungsvektoren aus der Vorzugsrichtung heraus in die Richtung des äußeren Feldes gedreht werden. Diese Drehprozesse sind zunächst auch reversibel. Stehen schließlich sämtliche Momente parallel zum äußeren Feld, so wird das Material als magnetisch gesättigt bezeichnet (e). Bei Reduzierung des äußeren Magnetfeldes bis auf Null verschwindet die Magnetisierung nicht vollständig. Es bleibt eine Restmagnetisierung B_r bestehen. Diese verschwindet erst bei Anlegen eines entgegengesetzten Feldes in Höhe der Koerzitivfeldstärke H_c (Achtung nur $B=0!$). Bei weiterer Variation der äußeren Feldstärke kann die ganze Magnetisierungskurve durchfahren werden. Den Zusammenhang beschreibt die Hysteresekurve oder B(H)-Kennlinie.

So entsteht eine makroskopische Magnetisierung, deren Feld sich so mit dem externen überlagert, dass die Feldlinien seitlich in das Material hineingezogen erscheinen. In einem inhomogenen Feld wird das so magnetisierte Material zu Orten größerer Feldstärke gezogen, seien es magnetische Nord- oder Südpole.



ID: images/hysteresekurve.png

Abbildung 6.4.: Hysteresekurve $B(H)$ mit Neukurve eines ferromagnetischen Materials
 H_c – Koerzitivfeldstärke der Induktion, B_r – Remanenzinduktion, B_s – Sättigungsinduktion
 (Quelle:[])

6.2. Antiferromagnetismus

ID: at-antiferromagn.tex

(MnO , FeO , CoO , NiO u.a.) Hier sind die Domänen aufgrund kleinerer Verhältnisse von Atomabstand zu Elektronenschalenradius antiparallel ausgerichtet.



ID: images/antiferromagnetismus.png

Abbildung 6.5.: Antiparallele Ausrichtung gleichgroßer Domänen bei Antiferromagnetika
 (Quelle:[])

Trotz des geordneten magnetischen Zustandes ist daher die makroskopische Magnetisierung ohne äußeres Magnetfeld Null.

6.3. Ferrimagnetismus

ID: at-ferrimagn.tex

(Fe_3O_4 , NiFe_2O_4 , CoFe_2O_4 , ZnFe_2O_4 , $\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$ oder $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ u.a.) Hier liegt eine antiferromagnetische Ordnung vor, dessen magnetische Momente aufgrund eines unsymmetrischen Gitteraufbaus unterschiedlich groß sind und sich deshalb nur teilweise kompensieren.

7. Magnetische Werkstoffe

ID: at-werkstoffe.tex

Magnetwerkstoffe (auch Magnetische Werkstoffe) sind Stoffe, die wegen ihrer magnetischen Eigenschaften technisch genutzt werden. Die historisch gewachsene Unterscheidung stellt die Einteilung in weichmagnetische (??) und hartmagnetische Materialien(??) dar. Davon abgegrenzt gibt es noch Metalle und Metalllegierungen, die ferromagnetische Eigenschaften (??) haben, wie zum Beispiel Stähle, die wegen ihrer mechanischen Eigenschaften beispielsweise als Konstruktionswerkstoff Verwendung finden. Zum Anfang des 20. Jahrhunderts waren die weichmagnetischen Werkstoffe auch noch mechanisch weich, die Materialien, die gute Dauermagnete ergaben, eher mechanisch hart. Diese Regel gilt spätestens seit der Entwicklung der amorphen Metalle so nicht mehr.

Die zahlreichen Anwendungsmöglichkeiten können in 3 Wirkprinzipien eingeordnet werden:

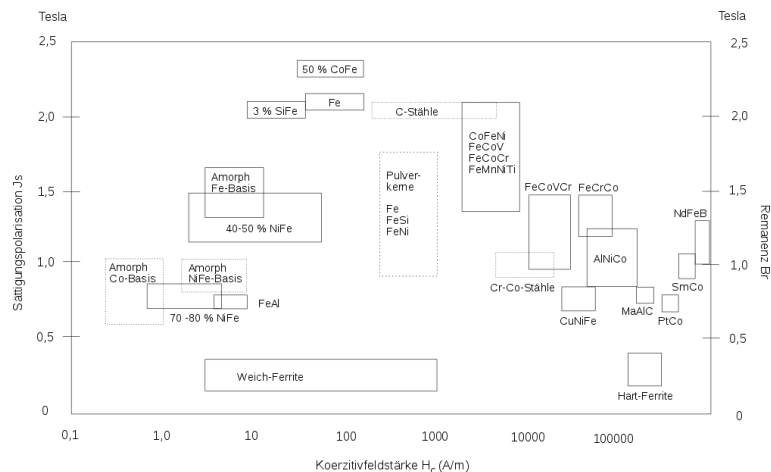
1. Erzeugung mechanischer Kräfte,
2. Energieumwandlung (elektromechanisch, elektrothermisch)
3. Elektromagnetische Abschirmung/Kopplung.

Jedes dieser Prinzipien erfordert magnetische Werkstoffe mit entsprechenden Eigenschaften, welche die konstruktive Auslegung und die Größe/ Masse des Bauteiles/ Gerätes/ Anlage bestimmen. Dieser Zusammenhang fixiert die Notwendigkeit der Entwicklung neuer und verbesserter Werkstoffe und damit auch die maschinenbautechnischen Anforderungen an die technischen Ausrüstungen zur Produktion, zum Handling und zur Qualitätssicherung von magnetischen Werkstoffen.

7.1. Diamagnetische Werkstoffe

ID: at-diamagn.tex

Diamagnetismus ist eine der Ausprägungsformen des Magnetismus in Materie. Diamagnetische Materialien entwickeln in einem externen Magnetfeld ein induziertes Magnetfeld in einer Richtung, die dem äußeren Magnetfeld entgegengesetzt ist „Verdrängung des äußeren Feldes“. Diamagnetische Materialien haben die Tendenz, aus einem



ID: images/magnetwerkstoffe.png

Abbildung 7.1.: Übersichtsdiagramm Magnetwerkstoffe
(Quelle:[])

inhomogenen Magnetfeld herauszuwandern. Ohne äußeres Magnetfeld haben diamagnetische Materialien kein eigenes Magnetfeld, sie sind nichtmagnetisch.

Der Proportionalitätsfaktor der Feldabschwächung wird durch die relative Permeabilität μ_r bestimmt und ist bei Diamagneten kleiner als 1. Die am stärksten diamagnetischen Elemente unter Normalbedingungen sind Bismut und Kohlenstoff.

7.2. Paramagnetische Werkstoffe

ID: at-paramagn.tex

Paramagneten sind Stoffe welche sich durch ein externes Magnetfeld selbst magnetisieren. So verstärkt sich ihr eigenes Magnetfeld im Inneren. Wie stark das Magnetfeld im Paramagnet ist, hängt von der Stärke des von Außen wirkenden Magnetfeldes ab. So steigt die Magnetisierung proportional zur Feldstärke des Magnetfeldes. Diese Form des Magnetismus kommt in vielen Materialien vor. Zum Beispiel in Kalium, Natrium, Magnesium und Calcium. Der Paramagnetismus ist temperaturabhängig.

Beispielhaft kann man sich einen Paramagneten als ein Feld mit vielen kleinen Stabmagneten vorstellen. Bringt man nun diesen Stoff in ein Magnetfeld, richten sich die kleinen Magneten nach diesem aus. Je stärker das Magnetfeld ist, desto genauer richten sich die Magneten nach ihm aus.

Der genaue Grund für solch eine Ausrichtung liegt an den mikroskopisch kleinen magnetischen Momenten im Inneren des Materials. Diese sind vollkommen voneinander unabhängig und coexistieren nur. Wird der Stoff aus dem magnetischen Feld herausgenommen oder wird dieses abgeschaltet, erlischt die Wirkung sofort.

Die Stärke der Magnetisierung kann durch folgende Formel einfach beschrieben werden:

$$M = x \cdot H \quad \text{wobei} \quad x > 0$$

Hierbei beschreibt M die Magnetisierung des Stoffes und H die Stärke des Magnetfeldes. x gibt die Suszeptibilität des Stoffes an, welche die Magnetisierbarkeit eines Stoffes beschreibt. Häufig wird behauptet, dass durch eine sehr große Suszeptibilität eine Probe ferromagnetisch sei. Das ist allerdings nicht ganz richtig. Zwar richten sich die magnetischen Momente ebenfalls nach dem Magnetfeld aus, aber nach dem Abschalten des Feldes besteht immer noch eine Magnetisierung. Diese nennt man Remanez.

Das Vorhandensein magnetischer Momente lässt sich durch klassisches Betrachten nicht erklären. Allerdings bietet die Quantenmechanik genauere Aufschlüsse über die Existenz der Momente.

Eine Unterart des Paramagnetismus ist der sogenannte Superparamagnetismus, bei dem sogar Flüssigkeiten zum Schweben gebracht werden können.

7.3. Magnetische Werkstoffe für el. Maschinen

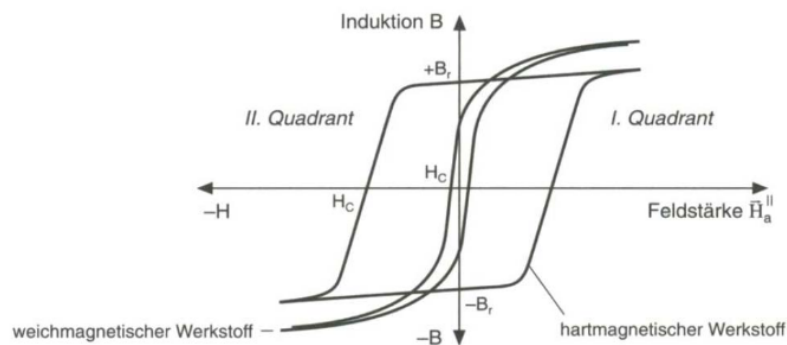
ID: at-maschinen.tex

Neben der physikalischen Klassifizierung (entsprechend dem Kapitel „Magnetismus“) werden Ferromagnetika technisch auch in weich- und hartmagnetische Stoffe unterschieden. Das folgende Bild stellt die B-H-Kennlinien von einem typisch hartmagnetischen und typisch weichmagnetischen Werkstoff gegenüber.

Ist die Richtung der spontanen Magnetisierung nur sehr locker an die Vorzugsrichtung gebunden, so ist die Koerzitivfeldstärke klein. Das Material wird als weichmagnetisch bezeichnet. Ist die Bindung dagegen sehr fest, die Koerzitivfeldstärke hoch ($> 1 \text{ kA/m}$), so spricht man von hartmagnetischem Material. Weichmagnetische Materialien werden in der Regel zur Führung des magnetischen Flusses eingesetzt, hartmagnetische dagegen – auch mit „permanentmagnetisch“ bezeichnet – werden für die Flusserzeugung und damit als passive Feldquelle verwendet.

7.3.1. weichmagnetische Werkstoffe

ID: at-weicheisen.tex



ID: images/hysterese-weich-hart.png

Abbildung 7.2.: Qualitative Gegenüberstellung der B(H)- Kennlinien eines typisch hart- und weichmagnetischen Werkstoffes (Quelle:[])

Ein weichmagnetisches Material (soft magnetic material) besitzt folgende Eigenschaften: es genügt einerseits bereits ein sehr schwaches Magnetfeld, um alle Elementarmagnete in eine geordnete Lage zu bringen, andererseits verbleiben beim Verschwinden des äußeren Magnetfeldes nur sehr wenige Elementarmagnete in einer geordneten Lage.

Das bedeutet, dass ein weichmagnetisches Material leicht magnetisierbar ist, aber nur ein sehr geringes Eigenfeld behält. Man spricht auch von einem relativ geringen Restmagnetismus eines weichmagnetischen Materials.

Weichmagnetische Materialien weisen eine Hystereseschleife mit kleiner Fläche und geringer Koerzitivfeldstärke auf. Dadurch kann das Material mit geringem Energieaufwand magnetisiert bzw. ummagnetisiert werden.

In der Praxis werden folgende Werkstoffe verwendet:

- **Kohlenstoffarmer Stahl, mit Silizium legiert** Herstellung: gewalzte Bleche, meist mit magnetischer Vorzugsrichtung

Bauform: mit Oxidschicht oder Lackschicht überzogen

Einsatzbereich: Motoren, Generatoren, Transformatoren, Elektromagnete

- **Eisenlegierungen mit hohem Nickelgehalt** Herstellung: gewalzte Bleche Technische Bezeichnungen: Permalloy, Mumetall, Perminvar, Hyperm Einsatzbereich: Übertrager, Wandler, Relais, Abschirmungen

- **Ferrite** Herstellung: ferromagnetische Metalloxide werden gesintert Einsatzbereich: Schwingkreise, Filter, magnetische Speicher, schnelle Relais

Zur Bewertung von weichmagnetischen Werkstoffen sind aufgrund ihrer Anwendung (Flussführung/-leitung!) vorrangig folgende Kennwerte wichtig:

- die relative Permeabilität μ_r
- die Sättigungsinduktion B_s ,
- die Ummagnetisierungsverluste P_{vU} (bei AC-Anwendungen)

Da die relativen Permeabilitäten von der Feldstärke abhängen, wurden diskrete Werte in Abhängigkeit der Aussteuerung, die natürlich von der Anwendung bestimmt wird, definiert.

$$\mu_i = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H} \quad ; \quad H = (0, 1 \dots 0.2) H_c$$

Die **Anfangspermeabilität** μ_i ist die Neigung der Tangente an die Neukurve im Koordinatensprung des B-H-Diagramms

Die **Amplitudenpermeabilität** μ_a bestimmt man aus den Maximalwerten der Induktion B_{max} und der magnetischen Feldstärke H_{max} bei alternierender Aussteuerung ohne Vormagnetisierung

$$\mu_a = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_{max}}{H_{max}}$$

Sie wird auch als **Wechselfeldpermeabilität** bezeichnet und dient als Grundlage praktischer Berechnungen magnetischer Kreise mit Wechselstromanregung.

Die **differentielle Permeabilität** μ_d stellt den Anstieg der Hystereseurve im Arbeitspunkt nach

$$\mu_{ref} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}$$

Dies entspricht der Tangente an den jeweiligen Arbeitspunkt.

Messtechnisch ermittelt man diesen Wert bei sehr kleinen Wechselfeldaussteuerungen in einem Arbeitspunkt auf der Hystereseurve, der durch eine Gleichstromvormagnetisierung bestimmt wird. Dabei werden kleine lanzettenförmige Hystereseschleifen durchfahren.

Die B-H-Kennlinie eines ferromagnetischen Stoffes ist weiterhin abhängig von der Frequenz f und der Temperatur T .

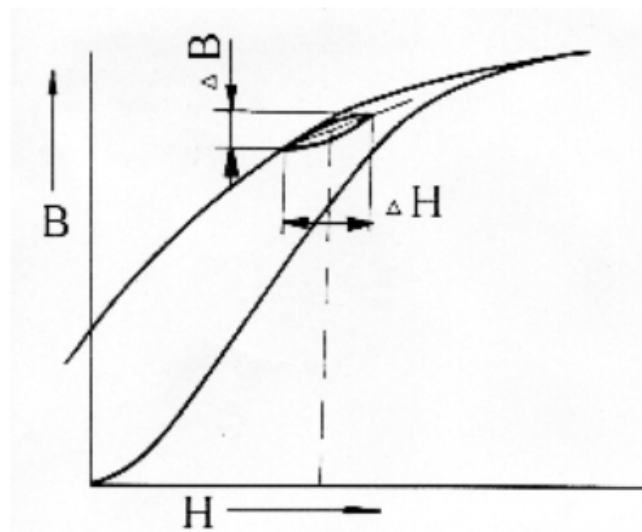


Abbildung 7.3.: Ermittlung der reversiblen Permeabilität μ_{rev} (Quelle:[]) ID: images/reversible-permeabilitaet.png

Ursache für den Einfluss der Frequenz sind die sich ändernden Ummagnetisierungsverluste. Sie setzen sich zusammen aus Hysterese-, Wirbelstrom- und Zusatzverlusten.

Es gilt

$$P_{vU} = P_{vH} + P_{vwb} + P_{vZ}$$

wobei P_{vU} die Ummagnetisierungsverluste, P_{vH} die Hystereseverluste, P_{vwb} die Wirbelstromverluste und P_{vZ} die Zusatzverluste bezeichnen.

Die Größe der von der Hystereseschleife eingeschlossenen Fläche ist, je nachdem wie sie aufgenommen wurde, proportional nur der Hystereseverlustdichte (statische Hysteresekurve) oder den gesamten Ummagnetisierungsverlusten pro Volumeneinheit (dynamische Hysteresekurve).

Oberhalb einer bestimmten Frequenz tritt bei allen magnetischen Werkstoffen ein deutlicher Abfall der Permeabilität auf. Als Grenzfrequenz f_g charakterisiert man die Frequenz, bei der die Permeabilität auf 2/3 der Anfangspermeabilität μ_i gesunken ist.

Die Temperaturabhängigkeit geht auf die thermische Bewegung der Atome/Moleküle zurück. Bei $T = 0K$ erreicht man die höchste Sättigungsmagnetisierung. Mit zunehmender Temperatur verringert sich diese. Oberhalb der Curie-Temperatur verschwindet die Magnetisierung. Das Material verhält sich dann paramagnetisch. Man unterscheidet reversible und irreversible Temperatureinflüsse. Zur Berechnung geben die

Magnetwerkstoffhersteller in den Datenunterlagen entsprechende Temperaturkoeffizienten an.

7.3.2. Hartmagnetische Werkstoffe

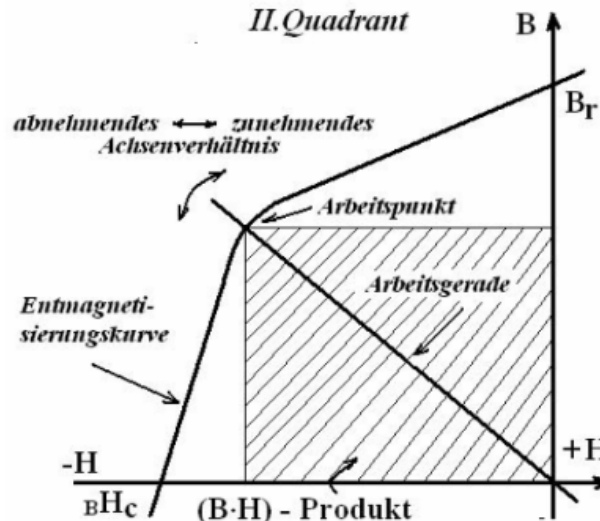
ID: at-dauermagnete.tex

Im Falle hoher Koerzitivfeldstärken spricht man von magnetisch hartem Material, da zu ihrer Neuorientierung hohe Feldstärken benötigt werden. Bei Speichermedien entspricht dies einer hohen Datensicherheit, da die geschriebenen Informationen nicht durch zufällige Streufelder umorientiert werden.

Bei hartmagnetischen Materialien werden aufgrund ihrer Applikation (Felderzeugung!) vorrangig folgende Kennwerte benutzt:

a) die Remanenz B_r ($H=0$), b) die Koerzitivfeldstärke c) das maximale Energieprodukt BH_{max} .

Der BH_{max} -Wert bezeichnet die Kenn- oder Gütezahl des Materials und gibt gleichzeitig bei vielen Anwendungen den günstigsten (optimalen) Arbeitspunkt an. Diese 3 Kennwerte sind alle in der Entmagnetisierungskennlinie zu finden.



ID: images/entmagnetisierungskennlinie.png

Abbildung 7.4.: Entmagnetisierungskennlinie (schematisiert) eines hartmagnetischen Materials mit den Kennwerten
(Quelle:[])

Bei hartmagnetischen Materialien (hard magnetic material) muss ein starkes äußeres Feld vorliegen, um das Material zu magnetisieren, andererseits behält das Material ein starkes Eigenfeld, d.h. der Restmagnetismus eines hartmagnetischen Materials ist relativ stark → Permanentmagnet.

8. Magnetismus von Festkörpern

ID: at-festkoerpermagnetism.tex

In Festkörpern können fünf Typen von Magnetismus auftreten.

Darüber hinaus gibt es noch Formen des Magnetismus, die durch nicht magnetisches oder nichtlineares Verhalten der fünf Magnetismustypen geprägt sind.

8.1. Kennwerte zur Eigenschaftsbeschreibung

ID: at-eigenschaftsbeschreibung.tex

Bei Magnetfeldern in einem Material wird der Zusammenhang zwischen der Induktion B und der Feldstärke H beschrieben durch

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r$$

mit μ_0 -die absolute Permeabilität im Vakuum.

μ_r bezeichnet die relative Permeabilität des Materials. Sie gibt die „verstärkende“ oder „schwächende“ Wirkung des jeweiligen Stoffes im Magnetfeld gegenüber dem luftleeren Raum an.

Analog zum elektrischen Feld kann die Änderung der magnetischen Flussdichte in einem Material auch durch eine additive Größe zur Induktion im Vakuum beschrieben werden.

$$\text{Es gilt: } B(H) = \mu_0 \cdot (H + M(H))$$
$$\text{bzw. } B(H) = \mu_0 \cdot H + J(H)$$

wobei M - die Magnetisierung des Materials und J - seine magnetische Polarisierung kennzeichnet.

Bei nichtferromagnetischen Stoffen ist μ_r eine Materialkonstante, dagegen ist μ_r bei ferromagnetischen Stoffen abhängig von der magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Vorgeschichte.

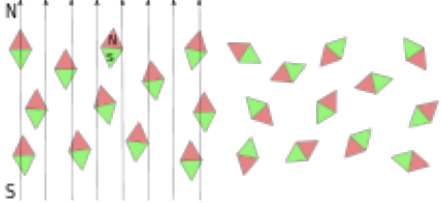
Magnetismus	Erklärung	Veranschaulichung
Diamagnetismus	<p>Bringt man eine Substanz in ein magnetisches Feld, so induziert dieses in den Elektronenhüllen der Atome einen Strom, dessen Magnetfeld nach der Lenzschen Regel dem äußeren entgegengerichtet ist. Diamagnetismus führt so zu einer Abschwächung des Magnetfeldes in der Substanz. In Materialien, deren Atome, Ionen oder Moleküle keine ungepaarten Elektronen besitzen, ist Diamagnetismus die einzige Form von Magnetismus.</p>	
Paramagnetismus	<p>Besitzen die Atome, Ionen oder Moleküle eines Materials ein magnetisches Moment, so richten sich diese parallel zum äußeren Magnetfeld aus. Dies bewirkt eine Verstärkung des Magnetfeldes im Material. Bei einem idealen Paramagneten sind die einzelnen magnetischen Momente voneinander isoliert. Darum bricht das innere Magnetfeld nach Entfernen des äußeren Magnetfelds wegen der Wärmebewegung der Teilchen zusammen. Dementsprechend nimmt der Paramagnetismus mit steigender Temperatur ab.</p>	

Tabelle 8.1.: Typen von Magnetismus

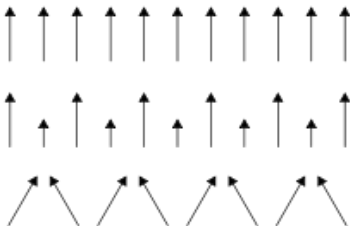
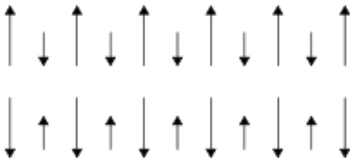
Magnetismus	Erklärung	Veranschaulichung
Ferromagnetismus	<p>Beim Ferromagnetismus sind die magnetischen Momente einzelner Teilchen nicht unabhängig voneinander, sondern richten sich spontan parallel aus. Die Kopplung der magnetischen Momente erstreckt sich aber nicht über das ganze Material, sondern ist auf kleine Bereiche, die Weisschen Bezirke, beschränkt. Typische Längenskalen sind zehn Nanometer bis wenige Mikrometer. Die Ausrichtung der Weisschen Bezirke ist statistisch verteilt, so dass der Gesamtkörper unmagnetisch erscheint. Durch ein äußeres Magnetfeld kann man die Bezirke gleich ausrichten. Diese Gleichrichtung bleibt auch nach Entfernen des äußeren Feldes erhalten, so dass man eine permanente Magnetisierung erhält. Die Magnetisierung kann durch Erhitzen über die ferromagnetische Curie-Temperatur zerstört werden.</p>	
Ferrimagnetismus	<p>Auch beim Ferrimagnetismus sind die magnetischen Momente einzelner Teilchen nicht unabhängig voneinander. Es liegen aber zwei Arten von magnetischen Zentren vor. Die Spinmomente gleichartiger Zentren richten sich dabei parallel und die verschiedener antiparallel aus. Dieses führt zu einer partiellen Auslöschung der magnetischen Momente. Im übrigen Verhalten ähneln sie den Ferromagneten.</p>	

Tabelle 8.2.: Typen von Magnetismus (Fortsetzung)

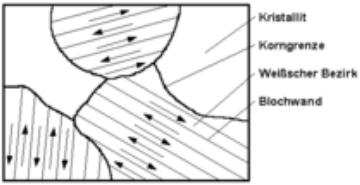
Magnetismus	Erklärung	Veranschaulichung
Antiferromagnetismus	<p>Auch beim Antiferromagnetismus sind die magnetischen Momente einzelner Teilchen nicht unabhängig voneinander, sondern richten sich spontan antiparallel aus. Daher zeigt der ideale Antiferromagnet nach außen kein magnetisches Verhalten. Mit steigender Temperatur stört die Wärmebewegung die Anordnung, so dass sich der Antiferromagnet zunehmend wie ein Ferrimagnet verhält. Bei Erhitzen über die Néel-Temperatur verhält sich der Antiferromagnet nur noch paramagnetisch</p>	 <p>antiferromagnetischer Werkstoff</p>

Tabelle 8.3.: Typen von Magnetismus (Fortsetzung)

Setzt man ein ferromagnetisches Material im nichtmagnetisierten Zustand einem äußeren Magnetfeld aus, so ergibt sich zunächst die Neukurve. Man erhält sie auch durch Verbinden der Umkehrpunkte der Hystereseschleifen bei zyklischer Magnetisierung mit größer werdender Aussteuerung.

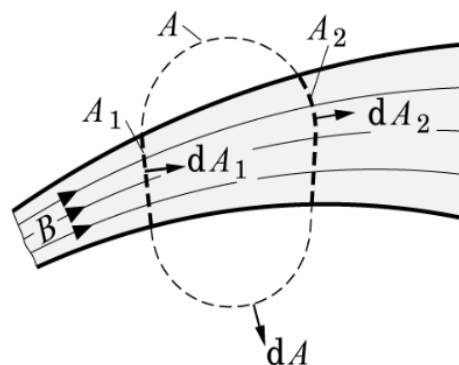
Die Neukurve wird als Grundlage praktischer Berechnungen von magnetischen Kreisen verwendet. In der Literatur wird sie auch Magnetisierungskurve oder Kommutterungskurve genannt. Die Hystereseschleife, die sich bei Sättigung einstellt, heißt Grenzkurve oder permanente Zustandskurve.

9. magnetischer Kreis

ID: at-magnkreis.tex

Hochpermeable Stoffe führen das magnetische Feld. Daher werden sie auch magnetische Leiter genannt. Wir wissen: Die magnetischen Feldlinien sind in sich geschlossen. Daher muss zur vollständigen Führung eine Anordnung aus magnetischen Leitern geschlossen sein: der magnetische Kreis.

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass es eine skalare Größe gibt, magnetischer Fluss genannt, die analog zum Strom I im elektrischen Kreis innerhalb eines magnetischen Leiters konstant ist. Dazu wird nun ein magnetisches Leiterstück betrachtet:



ID: images/flussroehre.png

Abbildung 9.1.: magnetisches Leiterstück
(Quelle:[])

Dieses Leiterstück durchschneide eine geschlossene Fläche A . Links schneide der Leiter aus A die Fläche A_1 heraus, rechts A_2 . Wendet man nun den Gaußschen Satz auf die geschlossene Hüllfläche A an, so gilt

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = - \iint_{A_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_1 + \iint_{A_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_2$$

da $d\vec{A}_1$ und $d\vec{A}_2$ entgegengesetzt sind und da außerhalb des magnetischen Leiters das Feld vernachlässigbar ist.

Daraus ergibt sich:

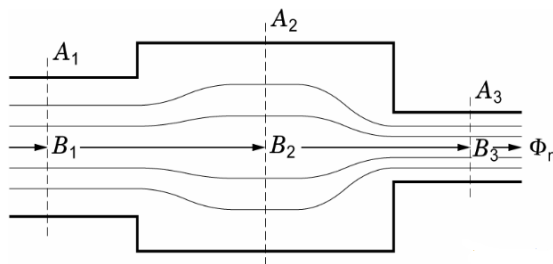
$$\iint_{A_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_1 = \iint_{A_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_2 = konst = \Phi_m \quad (9.1)$$

die Definition des magnetischen Flusses und seine Konstanz innerhalb eines magnetischen Leiters (analog zum el. Strom).

Wird die mag. Flussdichte in einzelnen Abschnitten als homogen betrachtet, dann ergibt die Gleichung 9.1:

$$\phi = B_1 \cdot A_1 = B_2 \cdot A_2 = B_3 \cdot A_3 \quad (9.2)$$

wobei die Flächen A_i senkrecht zu den Feldlinien der mag. Flussdichte B liegen müssen. Im Beispiel von Bild ?? sind die Flächen A_i genügend weit von den Änderungen des Querschnittes entfernt.



ID: images/magnetisierungsquerschnitte.png

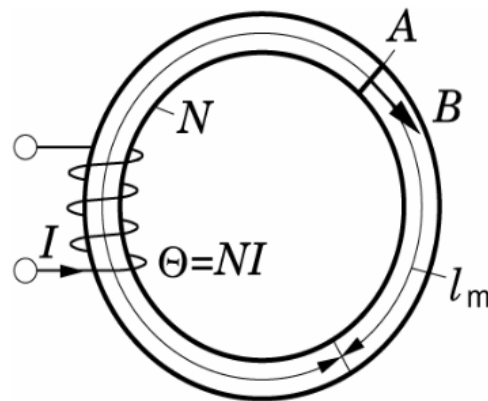
Abbildung 9.2.: Fluss durch unterschiedliche Querschnitte
(Quelle:[])

Mit Gleichung 9.2 kann man die relative Größe der magnetischen Flussdichte B in jedem Querschnitt angeben. Damit ist B um so größer, je kleiner der Querschnitt des magnetischen Leiters ist.

Im Gegensatz zur Flussdichte \vec{B} ist der Fluss Φ eine skalare Größe. Das Vorzeichen von Φ ist abhängig von der Richtung der Flächennormalen zur Richtung von \vec{B} . Die Zählrichtung des Flusses gibt an, nach welcher Seite der Querschnittsfläche die Flächenvektoren zeigen. Der Fluss hat ein positives Vorzeichen, wenn die Linien der mag. Flussdichte die Fläche in Richtung des Zählpfeiles durchstoßen.

9.1. Das ohmsche Gesetz des magnetischen Kreises

ID: at-ohmsches-gesetz-magnet.tex



ID: images/magnetkreis1.png

Abbildung 9.3.: Einfachster Magnetkreis
(Quelle:[])

Es liegt nahe, mit den vorhergehenden Gesetzmäßigkeiten, die analog zum elektrischen Leiter sind, den magnetischen Kreis zu betrachten.

Die Querschnittfläche A sei längs des „magnetischen Leiters“ konstant. Der mittlere Kreisumfang sei l_m . Der Kreisumfang sei wesentlich größer als die Querschnittabmessungen (z.B. Durchmesser).

Mit

$$R \gg r \quad \text{gilt: } B \approx \text{konst}$$

und damit

$$\phi = B \cdot A$$

mit der gewählten Zählrichtung von ϕ_m in Richtung B . Ebenso kann B auch als Mittelwert der mag. Flussdichte über den Querschnitt aufgefasst werden. Um die Flussdichte zu erzeugen, ist eine magnetische Erregung nötig:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$$

Diese wiederum wird nach dem Durchflutungsgesetz

$$\sum I = \Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \dot{V}_m = H \cdot l_m \quad (9.3)$$

oder vereinfacht :

$$I \cdot N = H \cdot l$$

H: magn. Feldstärke, N Windungszahl, l Weglänge (mittlere über welche H wirkt)

durch einen Strom, genauer eine el. Durchflutung, erzeugt.

Die Integration von Gleichung 9.3 ist längs eines mittleren Weges auszuführen, weil der Mittelwert von B etwa auf diesem mittleren Weg zu finden ist. Mit den obigen Gleichungen ergibt sich

$$\Theta = \dot{V}_m = R_m \cdot \Phi_m \quad (9.4)$$

mit

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi_m} = \frac{H l_m}{\mu_0 \mu_r H A} = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A} \quad (9.5)$$

Da Gl.9.4 formal dem Ohmschen Gesetz $U = RI$ entspricht, wird Gl.9.5 als Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises bezeichnet. Dabei ist R_m der magnetische Widerstand. Die Durchflutung Θ entspricht der Quellenspannung U und der magnetische Fluss Φ_m dem elektrischen Strom I .

9.2. Ersatzschaltung

ID: at-esb.tex

it diesen Analogien kann das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises angegeben werden:

Für Stoffe mit variablem μ_r ist der magnetische Widerstand R_m nicht konstant, sondern eine Funktion der Erregung (siehe Hystereseschleife ??) und damit eine Funktion von Θ . Besteht der Kreis aus Abschnitten unterschiedlichen Querschnitts, so hat jeder Abschnitt eine zugehörige, unterschiedliche magn. Flussdichte B (Gl. 9.1). Daraus folgt, dass auch die erforderliche magn. Erregung H in jedem Abschnitt unterschiedlich sein muss. Weiterhin ist die Flussdichte auch noch abhängig von der jeweiligen erregungsabhängigen Permeabilität $\mu_0 \mu_r$ des Materials des jeweiligen Abschnittes.

Die Randspannung (= gesamter magnetischer Spannungsabfall) erhält man somit (im einfachen Kreis) als Summer der magnetischen Spannungen der einzelnen Abschnitte:

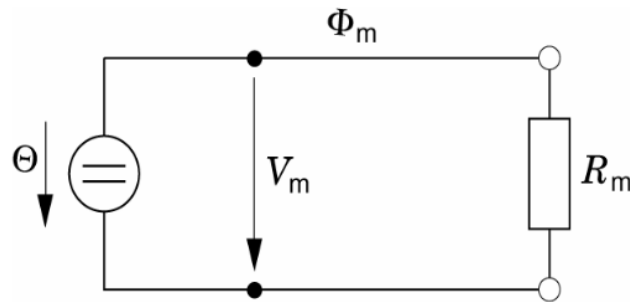


Abbildung 9.4.: Ersatzschaltbild eines magnetischen Kreises
(Quelle:[])

ID: images/magn-esb.png

$$\dot{V}_m = \oint \vec{H} d\vec{s} = \sum_i H_i \cdot l_{mi} = \sum_i V_{mi} \quad (9.6)$$

Damit wird Gleichung 9.4

$$\Theta = \dot{V}_m = \Phi_m \sum_i R_{mi} \quad (9.7)$$

wobei für den magnetischen Widerstand des jeweiligen Abschnitts gilt

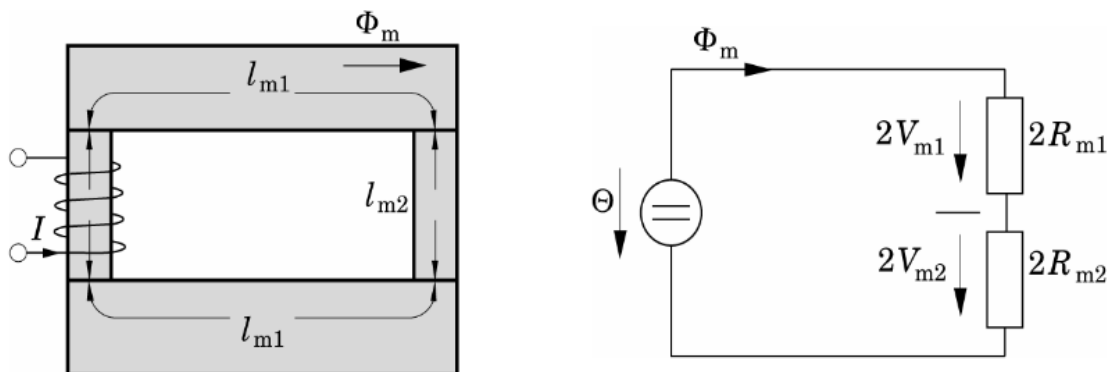
$$R_m = \frac{l_{mi}}{\mu_0 \mu_{ri} A}$$

Die Gleichung 9.6 entspricht dabei der Kirchhoffschen Maschenregel im einfachen elektrischen Stromkreis.

Im folgenden Bild 9.5 ist ein einfacher magnetischer Kreis mit unterschiedlichen Abschnitten eingezeichnet, daneben das zugehörige Ersatzschaltbild.

Eisengerüste dieser Form kommen z.B. bei Transformatoren und Drosselpulen vor. Man bezeichnet die senkrechten Teile als Schenkel, die waagrechten als Joch. Im Bild sind jeweils die beiden Schenkel und die beiden Joche gleich. Daher wurden diese im Ersatzschaltbild zusammengefasst.

Die Berechnung des magnetischen Flusses in einem Kreis ist meist kompliziert, da die Widerstände R_m unterschiedlich von ϕ_m abhängen. Es ist wesentlich einfacher, von einer geforderten magnetischen Flussdichte auszugehen:



ID: images/magnetkreis2.png

Abbildung 9.5.: Einfacher Magnetkreis als Beispiel
(Quelle:[])

1. Da der magnetische Fluss im einfachen Kreis überall gleich ist, können bei gegebener Flussdichte in einem Abschnitt in den anderen Abschnitten i die zugehörigen magnetischen Flussdichten B_i bestimmt werden.
2. Zu diesen verschiedenen Flussdichten B_i wird aus der Magnetisierungskurve die notwendige Erregung H_i abgelesen.
3. Aus den H_i wird die magnetische Spannung V_{mi} mittels der mittleren Länge l_{mi} des jeweiligen Abschnitts berechnet.
4. Alle Spannungen werden zu Null aufsummiert, bzw. ergibt die Summe der Quellenspannungen Θ_i die Spannungsabfälle in den Widerständen R_{mi} .
5. Ist Θ vorgegeben, muss man sich iterativ mit dem gleichen Verfahren an Θ heranarbeiten.

9.2.1. Der verzweigte magnetische Kreis

ID: at-esb-verzweigt.tex

Anhand eines Beispiels soll in Analogie zum elektrischen Stromkreis ein verzweigter magnetischer Kreis berechnet werden. Das Eisengerüst lt. Bild wird für Drehstromtransformatoren verwendet.

Zunächst wird die Kirchhoffsche Knotenregel für Punkt A angewendet, wobei zufließende Ströme negativ gesetzt werden:

$$-\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

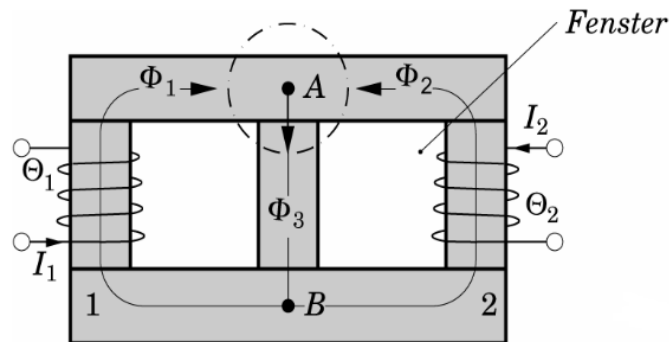


Abbildung 9.6.: verzweigter magnetischer Kreis
(Quelle:[])

ID: images/kreis-verzweigt.png

Die Kirchhoffsche Maschenregel für das linke Fenster ergibt:

$$\Theta_1 = R_{m1}\Phi_1 + R_{m3}\Phi_3$$

und für das rechte Fenster

$$\Theta_2 = R_{m2}\Phi_2 + R_{m3}\Phi_3$$

Die Widerstände R_{mi} sind längs der Wege i zwischen den Punkten A und B gesetzt. Daher setzen sich R_{m1} und R_{m2} aus verschiedenen Abschnitten (Schenkel und Joche) zusammen

Wir haben nun ein System von drei Gleichungen für die drei Unbekannten Φ_1 , Φ_2 und Φ_3 .

Folgend ist das zugehörige Ersatzschaltbild gegeben.

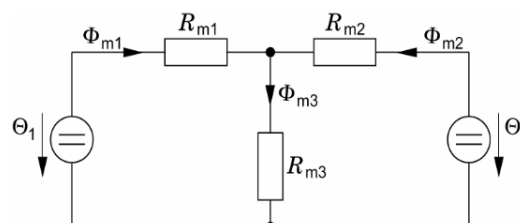


Abbildung 9.7.: Ersatzschaltbild des verzweigten Magnetkreises
(Quelle:[])

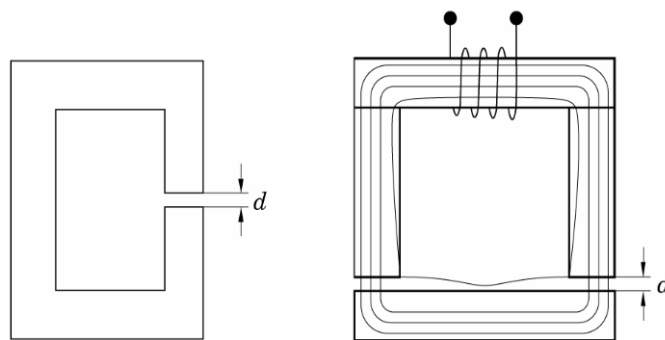
ID: images/kreis-verzweigt2.png

Die Zählpfeile für die Flüsse entsprechen denen aus Bild 9.6. Die Zählpfeile für die Durchflutung müssen dann so gewählt werden, dass die zugehörigen Flüsse in die vorgegebene Richtung getrieben werden.

9.2.2. Der magnetischer Kreis mit Luftspalt

ID: at-esb-luftspalt.tex

Näherungsweise können die vorhergehenden Zusammenhänge auch auf Kreise mit Luftspalt angewendet werden:



ID: images/kreis-luftspalt.png

Abbildung 9.8.: Magnetischer Kreis mit Luftspalt
(Quelle:[])

Eine Anordnung gemäß Bild ist für Elektromagnete und Elektromotoren wichtig. Da der magnetische Widerstand von Luft sehr viel größer ist als der von Eisen, laufen manche Feldlinien direkt von Schenkel zu Schenkel und nicht über den (eigentlichen) Luftspalt. Damit der Streufluss klein bleibt, muss der Luftspalt d klein sein gegen die Querschnittsabmessungen der Schenkel. In der Praxis nimmt man an, dass das Feld im Bereich des Spaltes homogen ist und außerhalb nicht existiert. Verluste durch den Streufluss werden gegebenenfalls mit einem Streuverlustfaktor berücksichtigt.

Hat der Schenkel die Querschnittfläche A , wird der magnetische Widerstand des Luftspaltes:

$$R_{md} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{d}{\mu_0 A}$$

Dieser liegt in Reihe mit den anderen Widerständen. Da im Luftspalt im Vergleich zum Eisen gilt:

$$\mu_{rd} \ll \mu_{rFe}$$

ist der Widerstand des Spaltes viel größer als die Widerstände der Eisenabschnitte. Damit wird klar, dass für die Erregung des Luftspaltes der größte Teil der Durchflutung aufgewendet werden muss.

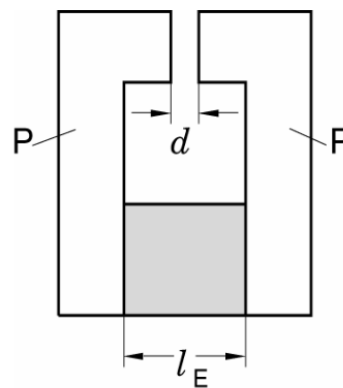
9.2.3. Der magnetischer Kreis mit Permanetmagneten

ID: at-esb-permanent.tex

TODO: Eisenfaktor, Eisenfüllfaktor, magn. Spannungsabfall... auf „Fachkunde Elektrotechnik“ abstimmen!

In einem einfachen magnetischen Kreis, der von einem Permanentmagneten erregt wird, soll die magnetische Flussdichte im Luftspalt berechnet werden.

Der Magnet ist grau eingezeichnet, die Polschuhe, deren magnetischer Spannungsabfall gegenüber dem Luftspalt klein ist, sind mit P bezeichnet.



ID: images/permanentmagnetkreis.png

Abbildung 9.9.: Magnetkreis mit Permanentmagnet
(Quelle:[])

Der Spannungsabfall im Pol wird mit dem sog. Eisenfüllfaktor $k_{Fe} < 1$ berücksichtigt. Die Breite des Luftspaltes ist d .

Das Durchflutungsgesetz ergibt

$$H_{Luft}l_{Luft} + H_{Fe}l_{Fe}k_{Fe} = 0 \quad (9.8)$$

mit H_{Fe} und H_{Luft} dem Betrag der Erregung im Eisen und im Luftspalt. Wird in Gl. 9.8 $H_{Luft} = \frac{B_{Luft}}{\mu_0}$ und $l_{Luft} = d$ gesetzt, dann folgt für B_{Luft} :

$$B_{Luft} = \frac{H_{Luft} l_{Luft} k_{Fe}}{d} \cdot \mu_0 \quad (9.9)$$

Vernachlässigt man den Streufluss, dann ist im einfachen Kreis $\Phi_{1Luft} = \Phi_{1Fe}$ und damit gilt

$$B_{Luft} A_{Luft} = B_{Fe} A_{Fe} \quad (9.10)$$

Wird nun 9.9 eingesetzt in 9.10, erhält man

$$B_{Fe} = \frac{-\mu_0 l_{Fe} A_{Luft} k_{Fe}}{d A_{Fe} H_{Fe}} \quad (9.11)$$

Gl 9.11 ist eine Geradengleichung mit negativer Steigung m . Jetzt ist jedoch gleichzeitig B_{Fe} eine nichtlineare Funktion in Abhängigkeit von H_{Fe} , deren Zusammenhang über die jeweilige Magnetisierungskurve gegeben ist.

Um dieses Gleichungssystem bestehend aus beiden Funktionen lösen zu können, muss hier ein graphischer Weg gewählt werden (siehe Bild: 9.10). Die Lösung ist der Schnittpunkt beider Funktionen.

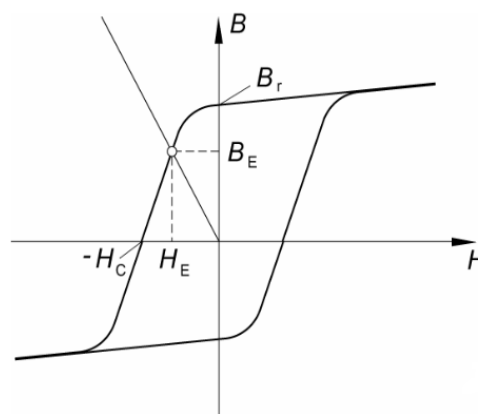


Abbildung 9.10.: Lösungsskizze für Magnetkreis mit Permanentmagneten
(Quelle:[]) ID: images/magnetloesung

Gl. 9.10 umgeformt ergibt:

$$B_{Luft} = B_{Fe} \frac{A_{Fe}}{A_{Luft}}$$

Wird dies mit Gl.9.9 multipliziert, erhält man:

$$B_{Luft}^2 = B_{Fe} \frac{A_{Fe}}{A_{Luft}} \frac{H_{fe} l_{Fe} k_{fe} \mu_0}{d}$$

Nach B_{Luft} umgeformt ergibt sich:

$$B_{Luft} = \sqrt{\frac{A_{fe} l_{Fe} k_{fe} \mu_0}{d A_{Luft}} (-B_{Fe} H_{Fe})} \quad (9.12)$$

Daraus folgt, dass eine große Flussdichte im Luftspalt ein großes Produkt aus B_{Fe} und H_{Fe} erfordert. Andererseits kann, wenn dieses Produkt sehr groß ist, das Volumen des Permanentmagneten zum Erreichen einer bestimmten Flussdichte klein gewählt werden. Weiterhin sieht man, dass die Eisenverluste der Polschuhe ebenso wie die Dicke des Luftspaltes gering zu halten sind.

Teil III.

3.Jahrgang, Sommersemester, Antriebstechnische Begriffe und Grundlagen

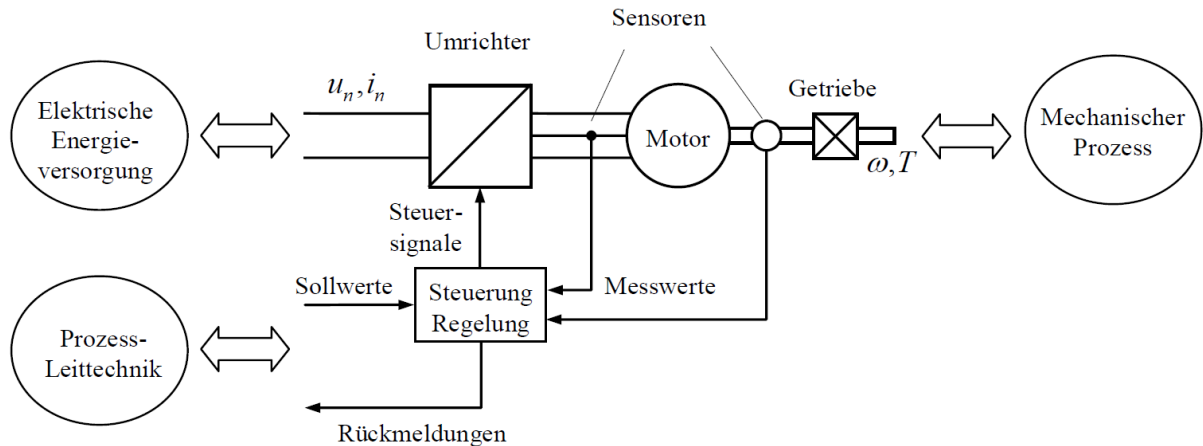
10. Antriebstechnische Begriffe und Grundlagen

ID: at-einleitung.tex

Elektrische Antriebe werden heute für vielfältige Funktionen eingesetzt:

- Förderantriebe (Rollgänge, Gurtförderer, Umlaufförderer, usw.)
- Hubantriebe (Krane, Aufzüge, Hubtische, Regalbediensysteme usw.)
- Fahrtriebe (Bahnen, Straßenfahrzeuge, Flurförderfahrzeuge usw.)
- Positionierantriebe (Bestückungs- und Montageautomaten, Werkzeugwechsler, Medizintechnik usw.)
- Roboter
- Gleichlaufantriebe (Transportieren, Bandbehandlungsanlagen für Blech, Papier, Folien, Textilien, Fäden, Drähte, Seile usw.)
- Wickelantriebe
- Taktantriebe (Querschneider, fliegende Scheren, usw.)
- Synchrone Bewegungsführung („Königswelle“ und „elektronische Kurvenscheiben“: Schneiden, Stanzen, Kleben, Schweißen, Verformen, Verpacken, Sortieren)
- Umformen (Extruder für Kunststoffe, Aluminium, Lebens- und Futtermittel, Spritzen, Ausblasen, Pressen, Tiefziehen, Rütteln, Schleudern)
- Werkzeugantriebe (für Metall, Holz, Stein, Glas, Papier, Kunststoffe usw.)
- Pumpen, Lüfter, Kompressoren
- Küchengeräte
- Kleinantriebe (CD-Laufwerke, Sitzverstellung usw.)

Man schätzt, dass etwa 60% der gesamten elektrischen Energie [?] letztendlich in elektrischen Antrieben genutzt wird. Elektrische Antriebe werden gegenüber anderen Antriebsarten (hydraulisch, pneumatisch) aufgrund ihrer hervorragenden Steuerbarkeit bevorzugt. Diese Steuerbarkeit von Drehmoment, Drehzahl oder Position kommt durch die Speisung eines Motors als elektromechanischer Energiewandler durch eine steuerbare Leistungselektronik zustande.



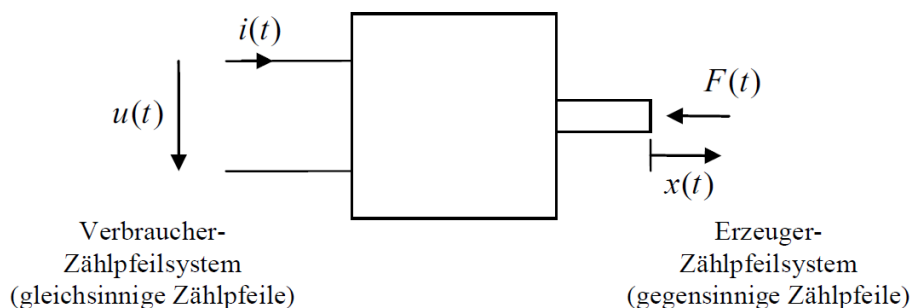
ID: ../mdm/images/struktur-antrieb

Abbildung 10.1.: Typische Struktur eines elektrischen Antriebs mit seinen Schnittstellen zur elektrischen Energieversorgung, zum anzutreibenden mechanischen Prozess und zur übergeordneten Prozessleittechnik (Quelle:[?])

10.1. Grundbegriffe

ID: at-grundbegriffe.tex

Ein Motor stellt einen elektrisch-mechanischer Wandler dar:



ID: ./images/motor-mech-wandler.png

Abbildung 10.2.: Elektrisch und mechanisch freigeschnittener translatorischer Wandler mit einem Freiheitsgrad (Quelle:[?])

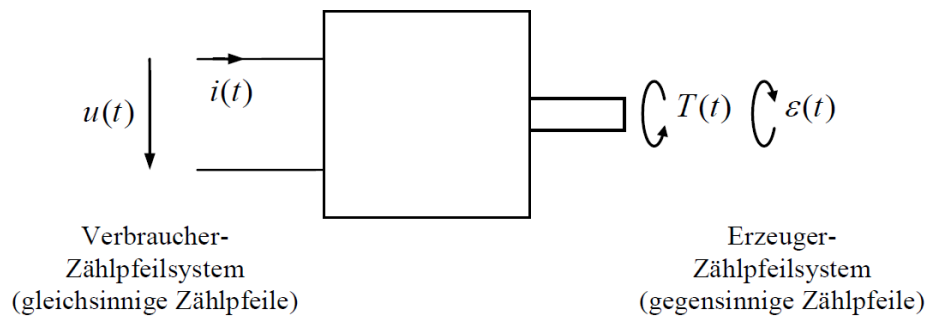


Abbildung 10.3.: Elektrisch und mechanisch freigeschnittener rotatorischer Wandler mit einem Freiheitsgrad
(Quelle:[?])

ID: /images/motor-mech-wandler1.png

	translatorisch	rotatorisch
kinematische Größen		
Verschiebung, Winkel	x	ϵ
Geschwindigkeit	$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\epsilon}$
Beschleunigung	$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\epsilon}$
Ruck	$r = \dot{a} = \ddot{v} = \dddot{x}$	$\rho = \dot{\alpha} = \ddot{\omega} = \dddot{\epsilon}$
dynamische Größen		
,	F	T
	$P_{mech} = v \cdot F$	$P_{mech} = \omega \cdot T$
	$W[t_0, t] = \int_{t_0}^t P(\tau) d\tau$	$W[t_0, t] = \int_{t_0}^t P(\tau) d\tau$
,	m	J
,	$p = m \cdot v$	$D = \omega \cdot J$
	$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$E = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

Tabelle 10.1.: wichtige Bewegungsgrößen

Die Leistungsbilanz des Wandlers ergibt sich zu

$$P_{el} = P_{me} + \dot{E}_i + P_i \tag{10.1}$$

wobei $P_{el}(t) = u \cdot i(t)$ die zugeführte elektrische Leistung, E_i die im Wandler gespeicherte innere Energie und P_i die im Wandler in andere Energieformen (Wärme) umgesetzte Leistung ist. P_i sind somit die Verluste des Wandlers.

Der Wirkungsgrad wird üblicherweise nur für den stationären Betrieb definiert, also für $\dot{E}_i = 0$. Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von genutzter zu eingesetzter Leistung. Für den Fall des Antriebs betrachten wir die mechanische Leistung als Nutzleistung. Dann ist

$$\eta_{\text{mot}} = \frac{P_{\text{mech}}}{P_{\text{el}}} = 1 - \frac{P_i}{P_{\text{el}}} \quad (10.2)$$

Wird der Wandler zum Zwecke der Erzeugung elektrischer Energie eingesetzt, also als Generator, wird der Wirkungsgrad entsprechend zu

$$\eta_{\text{mot}} = \frac{P_{\text{el}}}{P_{\text{mech}}} = 1 - \frac{P_i}{P_{\text{mech}}} \quad (10.3)$$

definiert.

Im Kapitel 12 sind die physikalischen Zusammenhänge spezieller auf die Antriebssituation dargestellt. Bitte auch dieses und die Folgekapitel beachten!

10.2. Trägheitsgesetz

ID: at-traegheitsgesetz.tex

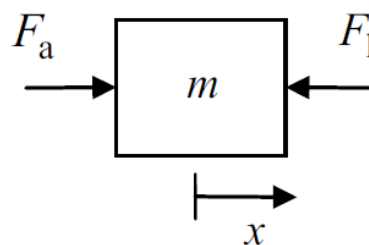


Abbildung 10.4.: Trägheit zur Linearbewegung
(Quelle:[?])

ID: ./images/lin-traegheit.png

Newtonsches Trägheitsgesetz:

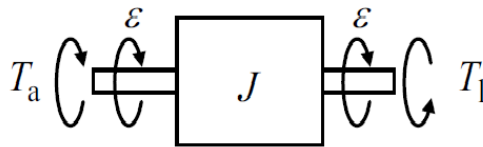


Abbildung 10.5.: Trägheit zur Drehbewegung
(Quelle:[?])

ID: ./images/rot-traegheit.png

$$\dot{p} = m\dot{v} = F_a - F_l \quad (10.4)$$

$$\dot{D} = J\dot{\omega} = T_a - T_l \quad (10.5)$$

Im stationären Fall gilt

$$F_a = F_l \quad (10.6)$$

bzw.

$$T_a = T_l \quad (10.7)$$

Arbeit:

$$W[t_0, t] = \int_{t_0}^t P \, d\tau = \int_{t_0}^t F v \, d\tau = \int_{x_0}^x F \, dx \quad (10.8)$$

bzw.

$$W[t_0, t] = \int_{t_0}^t P \, d\tau = \int_{t_0}^t T \omega \, d\tau = \int_{x_0}^x T \, dx \quad (10.9)$$

10.2.1. Begriffe Arbeit vs. Energie

ID: at-arbeit-energie.tex

Arbeit ist eine kumulierte (mathematisch: aufintegrierte) Leistung „Leistung mal Zeit“ oder „Kraft mal Weg“. Die mathematische Darstellungsform einer Arbeit ist typischerweise ein Integral über ein Zeitintervall.

Energie ist dagegen ein in einem System innewohnendes Potenzial. Sie ist von anderen Systemzuständen abhängig. Ihre mathematische Form ist die einer Funktion von Zustandsvariablen zu einem Zeitpunkt. Allein aufgrund der äußerlichen mathematischen Form lassen sich Energie und Arbeit bereits unterscheiden. Beispiele für Energien:

Potenzielle Energie einer gespannten Feder, kinetische Energie einer translatorisch oder rotatorisch bewegten Masse, magnetische Energie einer Spule.

Arbeit kann gleich Energie sein. Beispielsweise ist die zur Beschleunigung einer Masse aufzuwendende Arbeit gleich der kinetischen Energie zum Ende der Beschleunigung. In diesem Fall lässt sich das Arbeitsintegral auflösen (wir sagen, es sei integrierbar) und in eine Zustandsfunktion überführen.

Trotz vieler (schlechter) Beispiele in der Literatur, ist es begrifflich falsch, z.B. die an einem Reibungsvorgang geleistete Arbeit als Reibungsenergie oder Bremsenergie zu bezeichnen.

10.3. Antriebstechnische Aufgabenstellungen

ID: at-aufgabenstellungen.tex

Eine Form der Kategorisierung antriebstechnischer Aufgabenstellung orientiert sich an der Frage, ob die mechanische Positionierung oder die Bereitstellung mechanischer Leistung im Vordergrund steht:

10.3.1. Positionierungsaufgaben oder Führung einer gewünschten Bewegung

ID: at-positionieraufgaben.tex

Beispiele:

- Roboter für die Fertigungsautomatisierung (Schweißen, Lackieren, usw.)
- Positionieren und Führen von Werkzeugen und Werkstücken z.B. in Fräsmaschinen oder komplexen Bearbeitungszentren
- Positionierung eines Schreib-Lese-Kopfes einer Festplatte oder eines CD-Laufwerks
- ...

10.3.2. Bereitstellung mechanischer Antriebsleistung

ID: at-antriebsleistung.tex

Beispiele:

- Antriebe für Pumpen und Lüfter
- Traktionsantriebe für Schienen- und Straßenfahrzeuge
- Bohrmaschinen
- Haushaltsgeräte
- Zentrifugen
- Förderbänder
- ...

Viele Antriebsaufgaben beinhalten allerdings Aspekte beider Kategorien. Es werden sowohl hohe Anforderungen an eine genaue Bewegung als auch große Leistungen benötigt:

- Krane, Aufzüge: Hohe Leistung während der Fahrbewegung, Präzision bei Annäherung an die Haltepositionen
- Papier- und Druckmaschinen: große Leistung bei sehr genauer Positionierung
- Walzwerke: sehr große Antriebsleistung bei sehr genauer Führung des Walzgutes
- ...

10.4. Allgemeine Grundlagen der Drehmoment- und Drehzahlanpassung

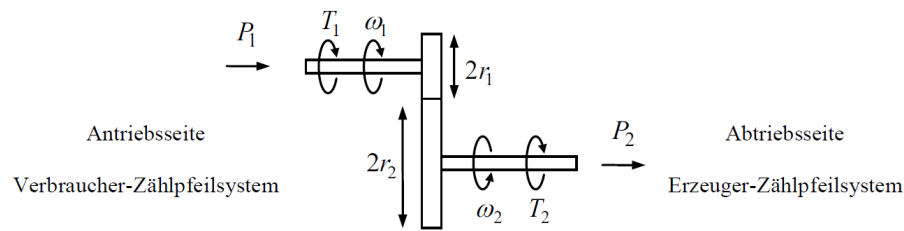
ID: at-drehzahlanpassung.tex

Diese Anpassung erfolgt grundsätzlich gegenläufig:

Damit kann ein schwacher Antrieb mit hoher Drehzahl („kleiner Motor“) ein hohes Drehmoment (bei niedriger Drehzahl) aufbringen..... (Überdenke die Bauform und Motorisierung eines Traktors....).

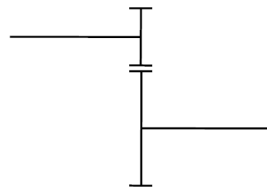
10.4.1. Getriebe

ID: at-getriebe.tex



ID: ./images/getriebe.png

Abbildung 10.6.: Getriebe
(Quelle:[?])



ID: ./images/getriebe-symbol.png

Abbildung 10.7.: symbolische DArstellung in der Getriebetechnik
(Quelle:[?])

In einigen Fällen gelingt es, elektrische Antriebe zu finden, die direkt in ihrem Drehmoment und Drehzahlbereich zu den Erfordernissen der Last passen. In diesen Fällen sprechen wir von Direktantrieben. In vielen anderen Fällen werden zur Anpassung von Drehzahl und Drehmoment Getriebe notwendig. In den meisten Fällen wird es darum gehen, die typischerweise recht hohe Drehzahl des Antriebs auf eine geringere Drehzahl der Last herunterzusetzen. Getriebe können mit Zahn- oder Reibrädern ausgeführt werden. Zahnräder bilden eine formschlüssige, Reibräder eine kraftschlüssige Verbindung. Letztere ist mit Schlupf verbunden, welcher im Folgenden außer Acht bleibt.

Getriebeübersetzung:

$$i_G = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (10.10)$$

r_1, r_2 effektive Radien

z_1, z_2 Zahnzahlen

Bei stationärer Betrachtung bzw. bei Vernachlässigung der Getriebeträgheit und Reibung folgt für die Drehmomente

$$i_G = \frac{T_2}{T_1} \quad (10.11)$$

bzw. für die Leistungen

$$P_2 = P_1 \quad (10.12)$$

10.4.2. Translatorisch-rotatorische Anpassung

ID: at-trans-rot-anpassung.tex

Die einfachste Art, eine rotatorische in eine translatorische Bewegung umzusetzen, ist über Seilscheiben, Rädern oder Zahnrad-Zahnstangen möglich. Es gilt

$$v = \omega r \quad (10.13)$$

bzw.

$$T = F r \quad (10.14)$$

10.4.3. Getriebebemessung für durchlaufende Antriebe für einen Arbeitspunkt

ID: at-getriebebemessung.tex

Bei durchlaufenden Antrieben können die Massenträgheiten für die Bemessung vernachlässigt werden. Ausgegangen werde zunächst von den Bemessungspunkten der Last und des Antriebs: Die angetriebene Last fordere bei einer Arbeitskreisfrequenz von $\omega_{2\text{erf}}$ das Bemessungsdrehmoment $T_{2\text{erf}}$ bzw. die Leistung

$$P_{2\text{erf}} = \omega_{2\text{erf}} T_{2\text{erf}} \quad (10.15)$$

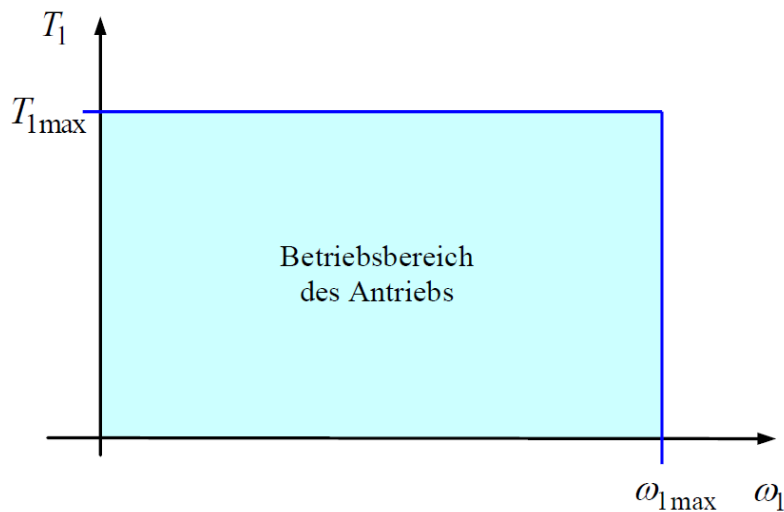
Der Antrieb liefere dagegen bei der Frequenz $\omega_{1\text{max}}$ das Drehmoment $T_{1\text{max}}$ bzw. die Leistung

$$P_{1\text{max}} = \omega_{1\text{max}} T_{1\text{max}} \quad (10.16)$$

Dieser Bemessungspunkt sei der Eckpunkt aller möglichen Betriebspunkte des Antriebs (Beschränkung auf den motorischen Fall):

$$T_1 \leq T_{1\text{max}}, \quad \omega_1 \leq \omega_{1\text{max}} \quad (10.17)$$

Voraussetzung für die weitere Auslegung ist, dass der Antrieb über eine Leistungsreserve verfügt, wenigstens aber den Leistungsbedarf der Last aufbringt:



ID: ./images/betriebsbereich-ideal.png

Abbildung 10.8.: Betriebsbereich eines Antriebes (Idealvorstellung)
(Quelle:[])

$$P_{1\max} \geq P_{2\text{erf}}$$

Unter Vernachlässigung der Getriebeverluste lassen sich nun zwei Übersetzungsverhältnisse finden, zum einen aus dem Verhältnis der Drehmomente, zum anderen aus dem Verhältnis der Drehzahlen:

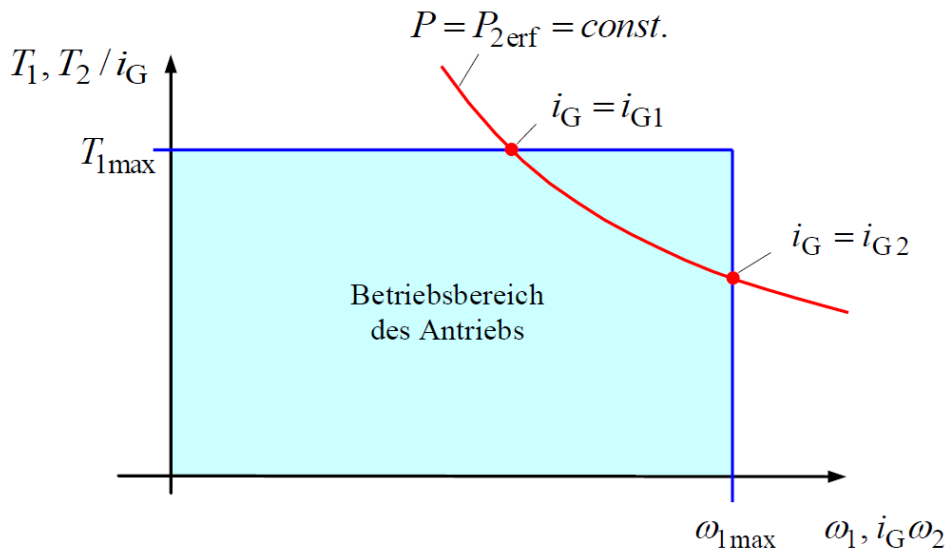
$$i_{G1} = \frac{T_{2\text{erf}}}{T_{1\max}} \quad , \quad i_{G2} = \frac{\omega_{1\max}}{\omega_{2\text{erf}}} \quad (10.18)$$

Jedes Getriebeübersetzungsverhältnis i_G im Intervall

$$i_{G1} \leq i_G \leq i_{G2}$$

stellt eine mögliche Getriebeauslegung dar.

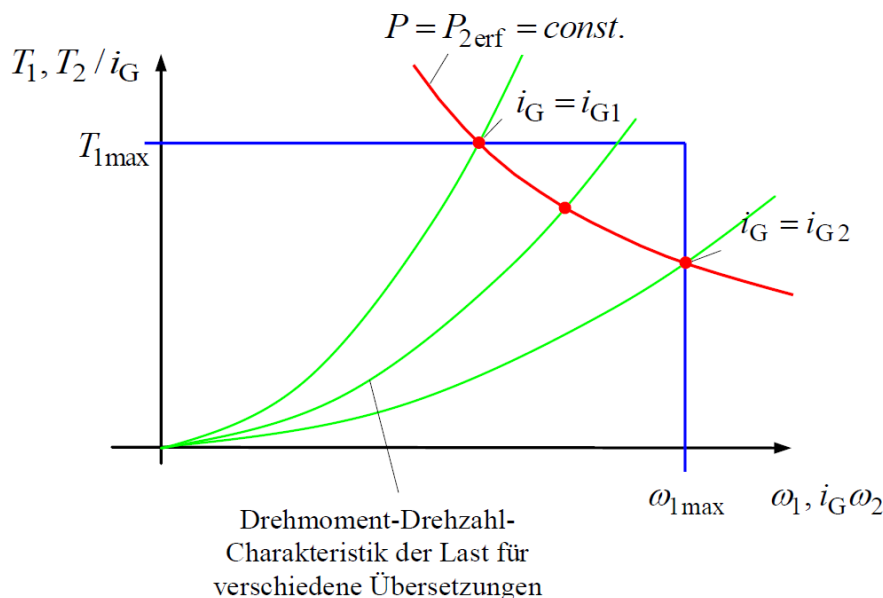
Die Auslegung $i_G = i_{G2}$ führt zur größtmöglichen Reserve im Drehmoment, hat aber keinerlei Reserve in der Drehzahl. Umgekehrt führt die Auslegung $i_G = i_{G1}$ zu größtmöglicher Drehzahlreserve, die aber nur dann genutzt werden kann, wenn das Lastdrehmoment mit steigender Drehzahl nicht noch weiter ansteigt, da keine Drehmomentreserve mehr vorhanden ist. Die Wahl einer kleinen Übersetzung in der Nähe von i_{G1} ist insbesondere dann von Vorteil, wenn beim Getriebe eine Übersetzungsstufe eingespart werden kann und dadurch ein kleineres und kostengünstigeres Getriebe verwendet werden kann.



ID: ./images/betriebsbereich-last.png

Abbildung 10.9.: Betriebspunkt der Last innerhalb des Betriebsbereichs eines Antriebs bei verschiedenen Getriebeanpassungen (Quelle:[1])

Jede der Getriebeauslegungen $i_{G1} \leq i_G \leq i_{G2}$ führt nicht nur im betrachteten Bemessungspunkt, sondern im gesamten Drehzahlbereich zu einer geeigneten Anpassung sofern gewährleistet ist, dass die Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik der Last eine monoton steigende Kennlinie aufweist.



ID: ./images/lastkennlinien.png

Abbildung 10.10.: Charakteristische Lastkennlinie innerhalb des Betriebsbereichs eines Antriebs bei verschiedenen Getriebeanpassungen (Quelle:[1])

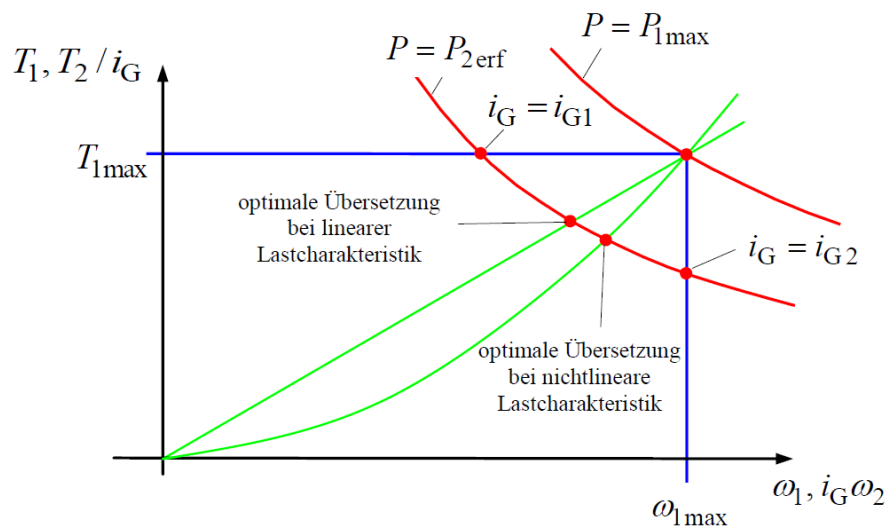
Um die Leistungsreserve des Antriebs oberhalb des Last-Bemessungspunkts optimal nutzen zu können, sollte der Punkt

$$P_{2\max} = P_2(\omega_{2\max}) = P_{1\max} \quad (10.19)$$

bestimmt und aus dem daraus ermittelten Geschwindigkeitspunkt $\omega_{2\max}$ die Getriebeübersetzung

$$i_{G\text{opt}} = \frac{\omega_{1\max}}{\omega_{2\max}} \quad (10.20)$$

gewählt werden.



ID: ./images/lastkennlinien-getriebekennlinien.png

Abbildung 10.11.: Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik
(Quelle:[1])

Für den Spezialfall einer linearen Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik der Last ergibt sich

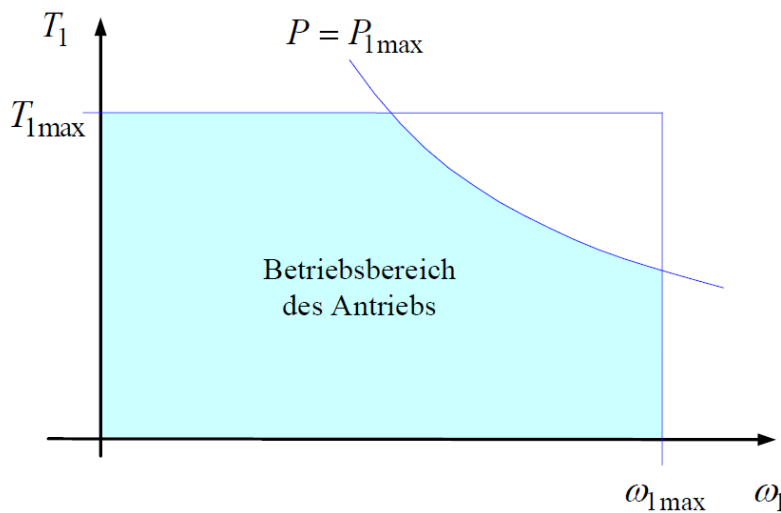
$$i_{G\text{opt}} = \sqrt{i_{G1}i_{G2}} = \sqrt{\frac{T_{2\text{erf}} \omega_{1\max}}{T_{1\max} \omega_{2\text{erf}}}} \quad (10.21)$$

(siehe Bild 10.11)

10.4.4. Getriebebemessung für durchlaufende Antriebe für einen Arbeitsbereich

ID: at-getriebebemessung2.tex

Häufig ist der Arbeitsbereich eines elektrischen Antriebs nicht nur durch ein maximales Drehmoment und eine maximale Drehzahl, sondern zusätzlich auch durch eine maximale Leistung charakterisiert, welche kleiner ist als das Produkt von maximalem Drehmoment und maximaler Drehzahl.



ID: ./images/leistungsbereich.png

Abbildung 10.12.: Leistungsbereich eines Antriebes
(Quelle:[])

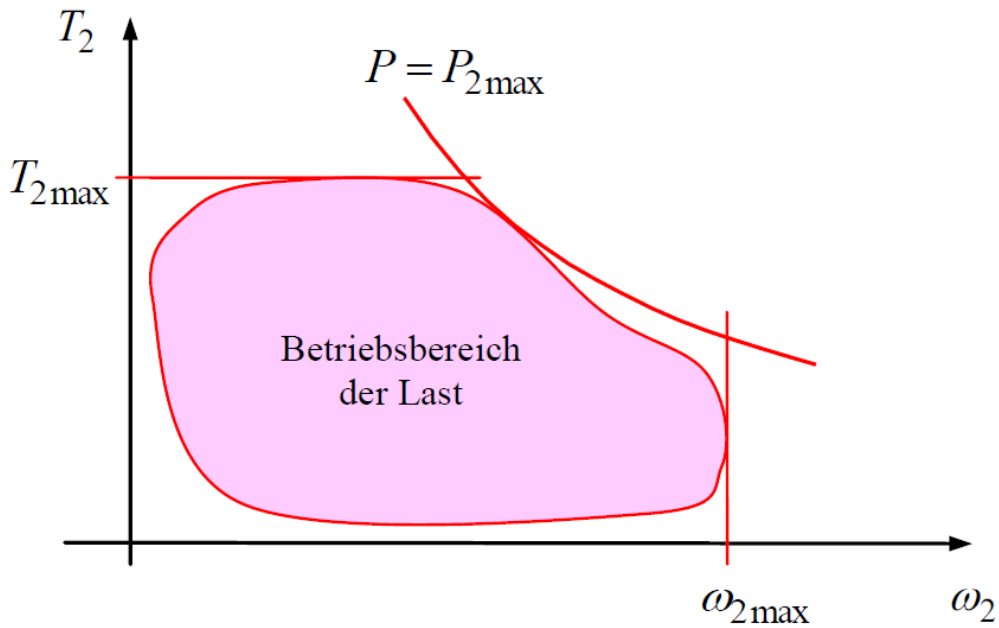
Dementsprechend ist die Last ggf. nicht nur durch einen einzigen stationären Arbeitspunkt wie im vorangegangenen Abschnitt, sondern durch mehrere Arbeitspunkte oder durch einen Arbeitsbereich charakterisiert:

$$i_{G1} = \frac{T_{2\max}}{T_{1\max}} \quad (10.22)$$

$$i_{G2} = \frac{\omega_{1\max}}{\omega_{2\max}} \quad (10.23)$$

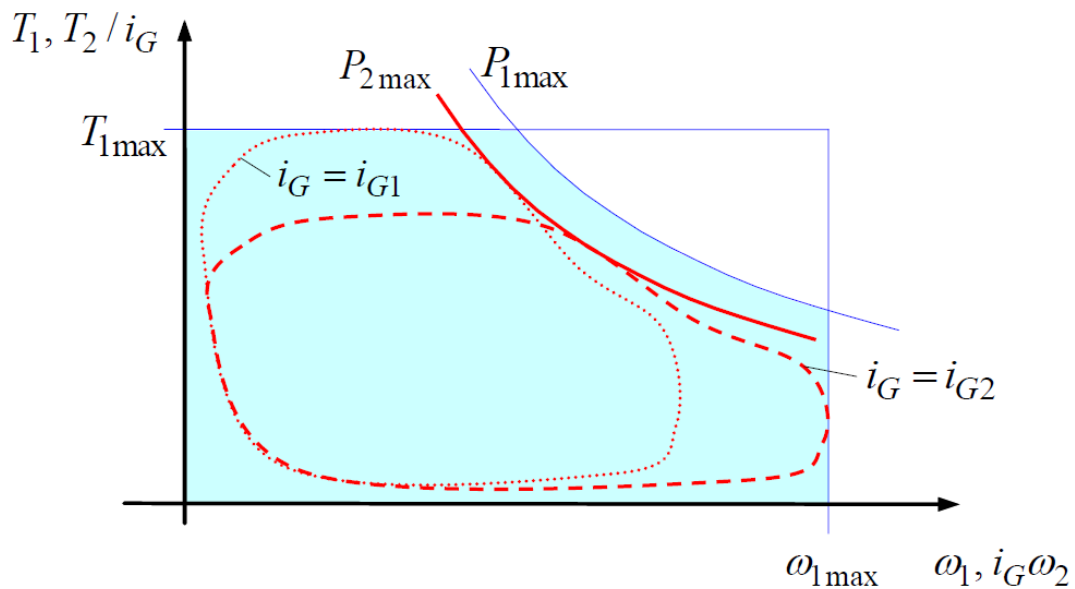
10.4.5. Getriebebemessung für reine Beschleunigungsvorgänge

ID: at-getriebebemessung3.tex



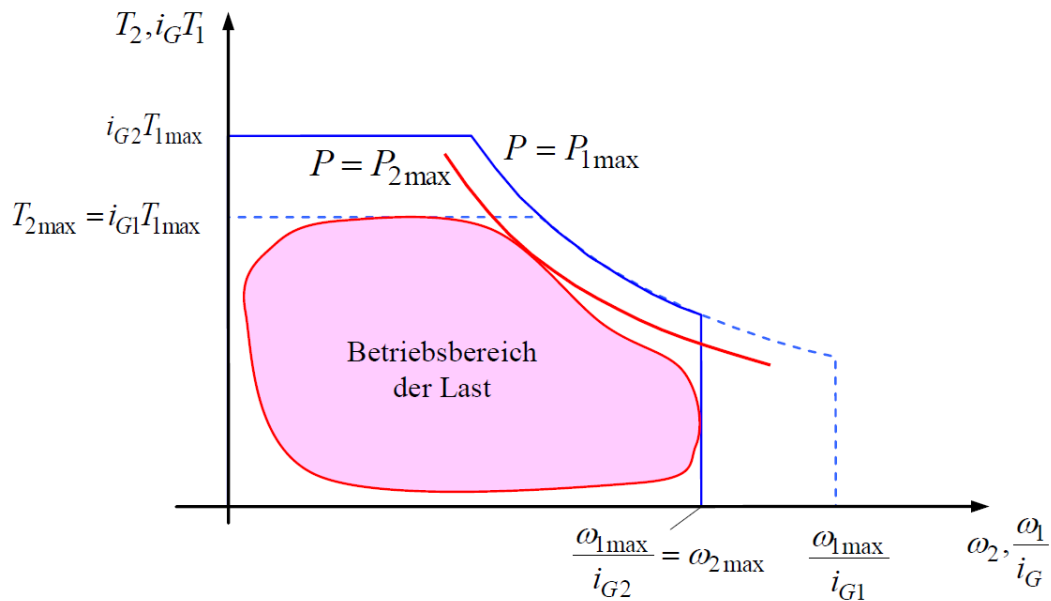
ID: ./images/lastbereich.png

Abbildung 10.13.: Betriebsbereich der Last
(Quelle:[])



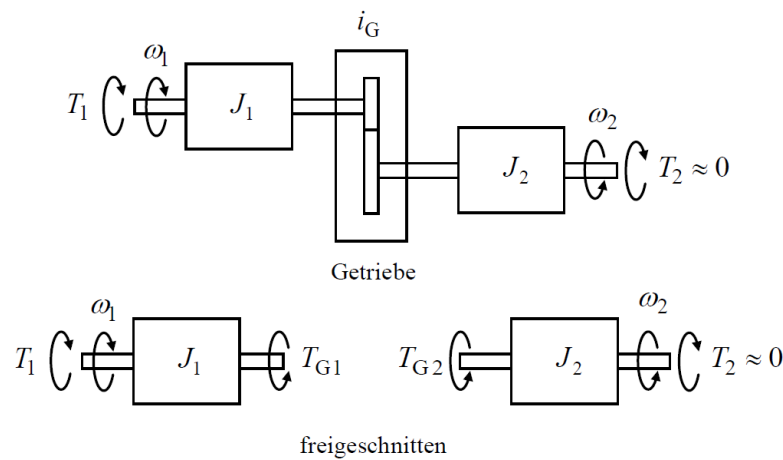
ID: ./images/betriebsbereichsanpassung.png

Abbildung 10.14.: Anpassung der Betriebsbereiche von Last und Antrieb für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse, dargestellt im Drehmoment-Drehzahl-Bereich des Antriebs
(Quelle:[])



ID: ./images/betriebsbereichsanpassung1.png

Abbildung 10.15.: Anpassung der Betriebsbereiche von Last und Antrieb für zwei verschiedene Übersetzungsverhältnisse, dargestellt im Drehmoment-Drehzahl-Bereich der Last
(Quelle:[])



ID: ./images/beschleunigungsantrieb.png

Abbildung 10.16.: Modell des Antriebsstrangs für die Bemessung des Beschleunigungsantriebs
(Quelle:[])

Für diesen Fall soll vereinfachend angenommen werden, dass das Antriebsdrehmoment nur zur Beschleunigung der beteiligten Massenträgheiten dient und dass keine weiteren Last-Drehmomente berücksichtigt werden müssen, also $T_2 = 0$. Seien J_1 und J_2 die Massenträgheitsmomente von Motor und Last, lauten die Differentialgleichungen für die Winkelbeschleunigungen

$$J_1 \dot{\omega}_1 = T_1 - T_{G1} \tag{10.24}$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = T_{G2} = i_G T_{G1} \quad (10.25)$$

Auflösen der ersten Gleichung nach T_{G1} und Einsetzen liefert

$$J_2 \dot{\omega}_2 = i_G T_{G1} = i_G T_1 - i_G J_1 \dot{\omega}_1 = i_G T_1 - i_G^2 J_1 \dot{\omega}_2$$

$$(i_G^2 J_1 + J_2) \dot{\omega}_2 = i_G T_1$$

$$\alpha_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{i_G}{i_G^2 J_1 + J_2} T_1 \quad (10.26)$$

Der Term

$$J'_1 = i_G^2 J_1 \quad (10.27)$$

ist die auf die Lastseite umgerechnete effektive Motorträgheit. Die Frage nach dem größtmöglichen Beschleunigungsvermögen führt nun auf die Extremwertaufgabe

$$0 = \frac{d\alpha_2}{di_G} = T_1 \frac{i_G^2 J_1 + J_2 - i_G 2i_G J_1}{(i_G^2 J_1 + J_2)^2}$$

$$i_G^2 J_1 = J_2$$

und zur Bestimmung der beschleunigungsoptimalen Getriebeübersetzung

$$i_{Gopt} = \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \quad (10.28)$$

In diesem Fall sind die auf eine Getriebeseite umgerechneten Drehträgheiten gleich, also

$$J'_1 = J_2$$

Bei gegebenem Antriebsdrehmoment T_1 ergibt sich bei optimaler Getriebeübersetzung eine Lastbeschleunigung von

$$\alpha_{2opt} = \frac{T_1}{2\sqrt{J_1 J_2}} \quad (10.29)$$

Das notwendige maximale Antriebsdrehmoment T_{1max} ergibt sich demnach über diese Formel aus der gewünschten Lastbeschleunigung α_{2max} . Zunächst führen wir nun als Antriebs-Kenngröße das Beschleunigungsvermögen

$$D_{1max} = \frac{T_{1max}^2}{J_1} \quad (10.30)$$

ein (auch als dynamisches Leistungsvermögen bzw. power rate bezeichnet). Diese Kenngröße ist nur von den Parametern des Antriebs, nicht von der Last abhängig. Interessanterweise ist diese Größe ähnlich wie die Leistung invariant gegenüber einer Umrechnung über das Getriebe-Übersetzungsverhältnis, da sich beide Größen des Quotienten mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses transformieren. Damit lässt sich nun die Lastbeschleunigung bei optimaler Übersetzung als

$$\alpha_{2optmax} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D_{1max}}{J_2}} \quad (10.31)$$

ausdrücken. Auch der Beschleunigungsbedarf der Last lässt sich durch die Kennzahl

$$D_{2erf} = 4\alpha_{2erf}^2 J_2 \quad (10.32)$$

ausdrücken. Die Anpassung des Beschleunigungsvermögens des Antriebs an den Beschleunigungsbedarf der Last lässt sich als

$$\alpha_{2max} = \alpha_{2erf} \quad (10.33)$$

bzw.

$$D_{1max} = D_{2erf} \quad (10.34)$$

schreiben. Wie bei der Leistungsanpassung im Fall von durchlaufenden Antrieben wird sich meist nicht ein exakt passender Antrieb finden oder es soll ohnehin eine Beschleunigungsreserve vorgesehen werden, so dass

$$A = \frac{\alpha_{2max}}{\alpha_{2erf}} = \sqrt{\frac{D_{1max}}{D_{2erf}}} > 1 \quad (10.35)$$

In diesem Fall besteht ein Spielraum in der Festlegung des tatsächlichen Getriebeübersetzungsverhältnisses i_G . Um diesen Spielraum zu ermitteln, soll zunächst die Gleichung für α_2 in eine auf die optimale Auslegung bezogene Form gebracht werden:

$$\alpha_2 = \frac{i_G}{i_G^2 J_1 + J_2} T_1 = \frac{1}{J_2} \frac{i_G}{i_G^2 \frac{J_1}{J_2} + 1} T_1 = \frac{T_1}{\sqrt{J_1 J_2}} \frac{i_G \sqrt{\frac{J_1}{J_2}}}{i_G^2 \frac{J_1}{J_2} + 1} \quad (10.36)$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_{2opt}} = 2 \frac{i_G / i_{Gopt}}{(i_G / i_{Gopt})^2 + 1} = \frac{2i'}{i'^2 + 1} \quad (10.37)$$

wobei

$$i' = \frac{i_G}{i_{Gopt}} \quad (10.38)$$

die Abweichung von der optimalen Auslegung bezeichnet. Die Auflösung der Gleichung

$$\frac{1}{A} = 2 \frac{i'}{i'^2 + 1}$$

nach i' liefert

$$i'^2 - 2Ai' + 1 = 0$$

$$i'_{1,2} = A \pm \sqrt{A^2 - 1} \quad (10.39)$$

bzw.

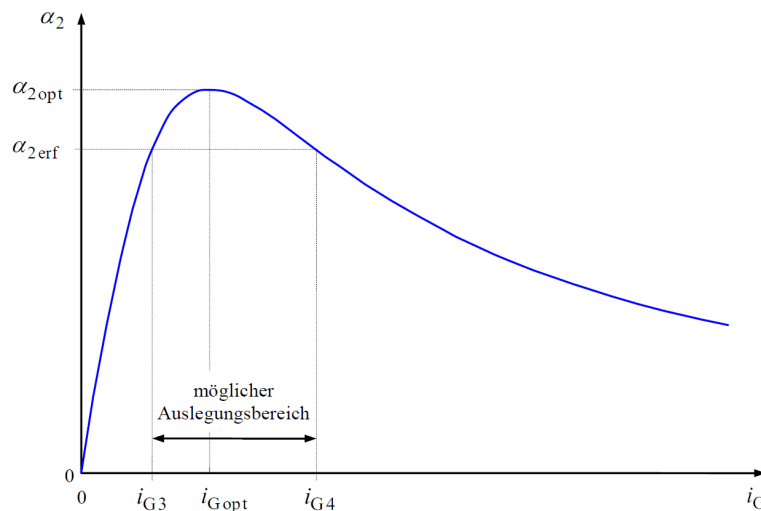
$$i_{G3} = i_{Gopt} (A - \sqrt{A^2 - 1}), \quad i_{G4} = i_{Gopt} (A + \sqrt{A^2 - 1}) \quad (10.40)$$

Jede Auslegung

$$i_{G3} \leq i_G \leq i_{G4}$$

erfüllt die Beschleunigungsanforderung.

Das vorher eingeführte Beschleunigungsvermögen



ID: ./images/getriebeuebersetzung.png

Abbildung 10.17.: Beschleunigung in Abhängigkeit von der Getriebeübersetzung
(Quelle:[])

$$D_{1\max} = \frac{T_{1\max}^2}{J_1} \quad (10.41)$$

soll noch näher betrachtet werden. Wie schon erwähnt, ist diese Größe invariant gegenüber einer Umrechnung von Drehmoment und Trägheit über ein Getriebeübersetzungsverhältnis. Interpretiert man in obiger Definition den Quotienten $T_{1\max}/J_1$ als Beschleunigung $\alpha_{1\max}$, die sich ergibt, wenn der Motor *ohne Last* nur seine eigene Drehträgheit beschleunigen muss, lässt sich D_{\max} als Produkt von Beschleunigung und Drehmoment,

$$D_{1\max} = \alpha_{1\max} T_{1\max} \quad (10.42)$$

schreiben. Auch diese Darstellung ist weiterhin invariant gegenüber Umrechnungen über ein Übersetzungsverhältnis. Eine weitere Interpretation des Beschleunigungsvermögens $D_{1\max}$ gewinnt man aus

$$D_{1\max} = \dot{\omega}_{1\max} T_{1\max} = \frac{d\omega_{\max}}{dt} T_{1\max} = \frac{d(\omega_{1\max} T_{1\max})}{dt} = \frac{dP_{1\max}}{dt} = \dot{P}_{1\max} \quad (10.43)$$

Das Beschleunigungsvermögen gibt auch an, mit welcher Änderungsrate die mechanische Leistung beim Beschleunigen ansteigt. Das erklärt die englische Bezeichnung *power rate*. Dementsprechend ist die Maßeinheit

$$[D_{1\max}] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{W}}{\text{s}}$$

Hier wird eine wichtige Analogie sichtbar. Während bei der Bemessung für den durchlaufenden Antrieb die Leistung des Antriebs $P_{1\max}$ passend zur Last zu wählen ist, tritt bei der Auslegung des Beschleunigungsantriebs an diese Stelle die Zeitableitung der Leistung $D_{1\max} = \dot{P}_{1\max}$. Wie die Leistung selbst, die einer Bilanzgleichung gehorcht, kann auch die Änderungsrate bilanziert werden. Die vom Antrieb abgegebene Änderungsrate wird von der Trägheit der Last aufgenommen.

10.4.6. Getriebebemessung für Beschleunigungsvorgänge mit Lastdrehmoment

ID: at-getriebebemessung4.tex

Wird das Lastdrehmoment T_2 nicht vernachlässigt, lauten die Gleichungen für die Beschleunigung:

$$J_1 \alpha_1 = T_1 - T_{G1} = T_1 - T_{G2}/i_G \quad (10.44)$$

$$J_2 \alpha_2 = T_{G2} - T_2 = i_G T_{G1} - T_2 \quad (10.45)$$

$$J_2 \alpha_2 = i_G T_1 - i_G J_1 \dot{\omega}_1 - T_2 = i_G T_1 - i_G^2 J_1 \alpha_2 - T_2$$

$$(i_G^2 J_1 + J_2) \alpha_2 = i_G T_1 - T_2$$

$$\alpha_2 = \frac{i_G T_1 - T_2}{i_G^2 J_1 + J_2} \quad (10.46)$$

Die Suche nach der größtmöglichen Lastbeschleunigung wird über eine Extremwertbestimmung gelöst:

$$0 = \frac{d\alpha_2}{di_G} = \frac{T_1 (i_G^2 J_1 + J_2) - (i_G T_1 - T_2) 2i_G J_1}{(i_G^2 J_1 + J_2)^2}$$

$$0 = i_G^2 J_1 + J_2 - (i_G - T_2/T_1) 2i_G J_1$$

$$i_G^2 - 2 \frac{T_2}{T_1} i_G - \frac{J_2}{J_1} = 0$$

Die quadratische Gleichung hat eine positive und eine negative Lösung,

$$\tilde{i}_{G \text{ opt } 1,2} = \frac{T_2}{T_1} \pm \sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 + \frac{J_2}{J_1}} \quad (10.47)$$

wobei für den normalen Fall des Antriebes nur die positive Lösung relevant ist. Auf einen Index zu Unterscheidung beider Lösungen kann also verzichtet werden:

$$\begin{aligned} \tilde{i}_{G \text{ opt}} &= \frac{T_2}{T_1} + \sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 + \frac{J_2}{J_1}} \\ &= \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} \left[\sqrt{\frac{J_1 T_2^2}{J_2 T_1^2}} + \sqrt{\frac{J_1 T_2^2}{J_2 T_1^2} + 1} \right] \\ &= i_{G \text{ opt}} \left[\sqrt{\frac{D_2}{D_1}} + \sqrt{\frac{D_2}{D_1} + 1} \right] \end{aligned}$$

wobei

$$D_1 = \frac{T_1^2}{J_1}, \quad D_2 = \frac{T_2^2}{J_2} \quad (10.48)$$

$$\tilde{i}_{G \text{ opt}} = i_{G \text{ opt}} \left[\sqrt{\frac{D_2}{D_1}} + \sqrt{\frac{D_2}{D_1} + 1} \right] \quad (10.49)$$

Die optimale Übersetzung verschiebt sich bei zusätzlichem Lastdrehmoment im Vergleich zur unbelasteten Beschleunigung zu höheren Werten. Das Einsetzen in die Gleichung für die Lastbeschleunigung ergibt die optimale Beschleunigung

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{2 \text{ opt}} &= \frac{T_1}{2J_1} \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} + \sqrt{\frac{T_2^2}{T_1^2} + \frac{J_2}{J_1}}} \\ &= \frac{T_1^2}{2J_1 \sqrt{J_2}} \frac{1}{\frac{T_2}{\sqrt{J_2} + \sqrt{\frac{T_2^2}{J_2} + \frac{T_1^2}{J_1}}}} \\ &= \frac{D_1}{2\sqrt{J_2}} \frac{1}{\sqrt{D_2} + \sqrt{D_1 + D_2}} \\ &= \alpha_{2 \text{ opt}} \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_2} + \sqrt{D_1 + D_2}} \end{aligned} \quad (10.50)$$

Wird der Antrieb nicht genau auf das optimale Übersetzungsverhältnis bemessen, sondern soll eine Beschleunigungsreserve vorgesehen werden, bietet sich folgendes Vorgehen an: Bei konstanter Beschleunigung kann das Lastdrehmoment in eine äquivalente zusätzliche Lastträgheit umgerechnet werden. Hierfür wird die minimale erforderliche Beschleunigung benutzt:

$$J_2 = J_2 + \frac{T_2}{\alpha_{2\text{erf}}} \quad (10.51)$$

Das erforderliche Beschleunigungsvermögen ergibt sich zu

$$\bar{D}_{2\text{erf}} = 4\alpha_{\text{erf}}^2 \bar{J}_2 = 4\alpha_{2\text{erf}} (\alpha_{2\text{erf}} J_2 + T_2) \quad (10.52)$$

Der zu wählende Antrieb muss also ein Beschleunigungsvermögen

$$D_{1\text{max}} = \frac{T_{1\text{max}}^2}{J_1} \geq \bar{D}_{2\text{erf}}$$

aufweisen. Der Spielraum für die Wahl der Getriebeübersetzung bei einer Beschleunigungsreserve

$$\bar{A} = \sqrt{\frac{D_{1\text{max}}}{\bar{D}_{2\text{erf}}}} \quad (10.53)$$

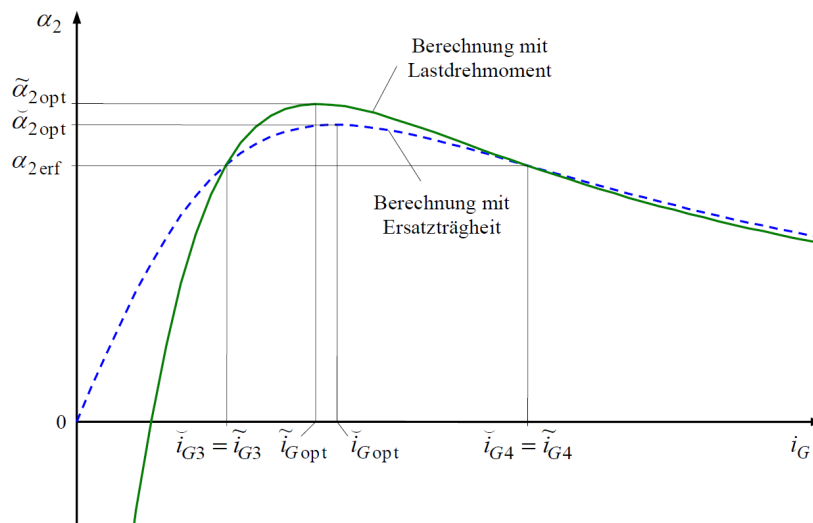
ergibt sich wie im vorangegangenen Abschnitt zu

$$\vec{i}_{G3} = \vec{i}_{G\text{opt}} (\bar{A} - \sqrt{\bar{A}^2 - 1}), \quad \vec{i}_{G4} = \vec{i}_{G\text{opt}} (\bar{A} + \sqrt{\bar{A}^2 - 1}) \quad (10.54)$$

wobei

$$\vec{i}_{G\text{opt}} = \sqrt{\frac{\bar{J}_2}{J_1}} \quad (10.55)$$

zu verwenden ist, nicht etwa $\vec{i}_{G\text{opt}}$. Durch die Verwendung einer zusätzlichen Ersatz-Trägheit statt des eigentlich vorhandenen Lastdrehmoments wird die tatsächliche Beschleunigung für $\alpha_2 > \alpha_{2\text{erf}}$ unterschätzt, für $\alpha_2 < \alpha_{2\text{erf}}$ dagegen überschätzt, da zur Beschleunigung der Ersatzträgheit mit einer Winkelbeschleunigung $\alpha_2 > \alpha_{2\text{erf}}$ ein höheres Drehmoment als das ersetzte Lastdrehmoment benötigt würde (und umgekehrt). Die Auslegung für $\alpha_2 = \alpha_{2\text{erf}}$ liefert jedoch exakte Werte (s. Bild 10.18).



ID: ./images/beschleunigungsvorgang.png

Abbildung 10.18.: Beschleunigung in Abhängigkeit von der Getriebeübersetzung
(Quelle:[])

10.4.7. Getriebebemessung für durchlaufenden Betrieb und Beschleunigungsvorgänge

ID: at-getriebebemessung5.tex

In vielen Fällen muss ein Antrieb sowohl Spezifikationen für den durchlaufenden Betrieb als auch für die Beschleunigungsphasen erfüllen. Insofern sind beide Entwurfsschritte für den durchlaufenden Betrieb als auch für Beschleunigungsvorgänge durchzuführen und zu prüfen, ob die Lösungsintervalle nicht-leere Schnittmengen aufweisen,

$$I = [i_{G1}, i_{G2}] \cap [i_{G3}, i_{G4}] \quad \text{bzw.} \quad I = [i_{G1}, i_{G2}] \cap [\tilde{i}_{G3}, \tilde{i}_{G4}] \quad (10.56)$$

Parameter der Motorauswahl sind dabei zunächst die Leistung P_{1max} und das Beschleunigungsvermögen D_{1max} , die in einem ersten Entwurfsschritt möglichst mit nur geringer Reserve gewählt werden. Ergibt sich kein gemeinsamer Lösungsbereich für beide Anforderungen, sollte im Fall $i_{G2} < i_{G3}$ zunächst versucht werden, Motoren gleicher Leistungsdaten, aber größerer Frequenz ω_{1max} bzw. geringeren Drehmoments T_{1max} bzw. größerer Trägheit J_1 zu wählen, im Fall $i_{G1} > i_{G4}$ umgekehrt. Führt das nicht zum Erfolg, müssen größere Reserven für Leistung und Beschleunigungsvermögen in Kauf genommen werden, wobei eine große Reserve immer auch eine Überdimensionierung darstellt, die sich in Größe und Kosten des Antriebs bemerkbar machen wird. Falls sich zu große Diskrepanzen herausstellen, müssen ggf. die Anforderungen überdacht und korrigiert werden.

10.5. Lastkennlinien

ID: at-lastkennlinien.tex

In diesem Abschnitt sollen exemplarisch einige Beispiele für das stationäre Drehmoment-Drehzahl-Verhalten verschiedener Belastungen dargestellt werden.

10.5.1. Trockene Reibung

ID: at-lastkennlinien-reibung.tex

Die trockene Reibung ist durch eine geschwindigkeitsunabhängige Reibkraft gekennzeichnet,

$$F = F_0 \operatorname{sgn}(v) \quad (10.57)$$

bzw.

$$T = T_0 \operatorname{sgn}(\omega) \quad (10.58)$$

Die von der Last aufgenommene Leistung ist

$$P = \omega T = \omega T_0 \operatorname{sgn}(\omega) = T_0 |\omega| \quad (10.59)$$

10.5.2. Viskose Reibung

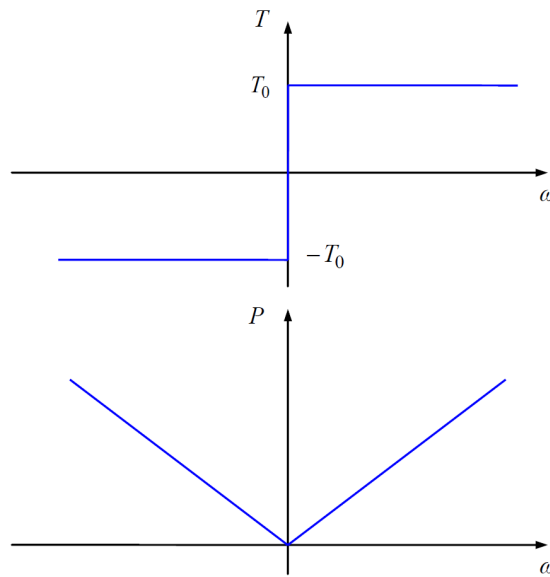
ID: at-lastkennlinien-viskosereibung.tex

Bei der viskosen Reibung sind Kraft bzw. Drehmoment proportional zur Geschwindigkeit:

$$T = D\omega \quad (10.60)$$

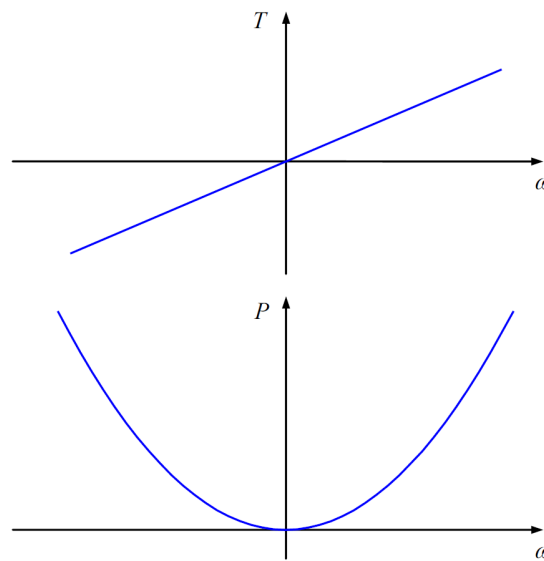
bzw.

$$P = D\omega^2 \quad (10.61)$$



ID: ./images/drehmoment-trocken.png

Abbildung 10.19.: Drehmoment und Leistung für trockene Reibung
(Quelle:[])



ID: ./images/drehmoment-viskos.png

Abbildung 10.20.: Drehmoment und Leistung für viskose Reibung
(Quelle:[])

10.5.3. Lüfter

ID: at-lastkennlinien-luefter.tex

Lüfter und andere aero- und hydrodynamische Prozesse (z. B. Windwiderstand) haben quadratische Lastkennlinien:

$$T = c\omega^2 \operatorname{sgn}(\omega) \tag{10.62}$$

$$P = c|\omega^3| \quad (10.63)$$

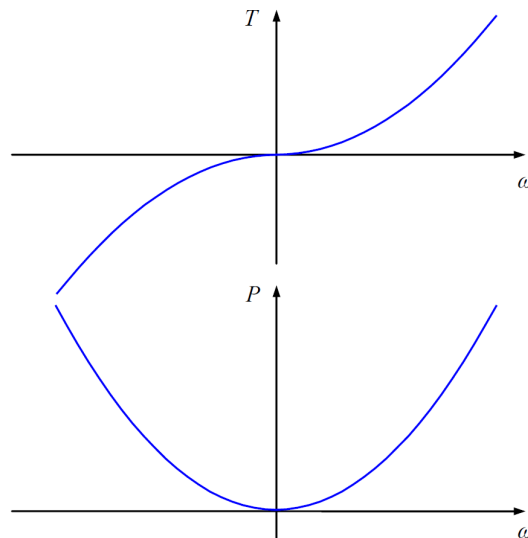


Abbildung 10.21.: Drehmoment und Leistung für aero- und hydrodynamische Prozesse (Quelle:[]) ID: ./images/drehmoment-luefter.png

10.5.4. Wickler, Haspel

ID: at-lastkennlinien-wickler.tex

Als Beispiel für ein etwas komplexeres System soll ein Wickler oder eine Haspel betrachtet werden, welche die Aufgabe hat, ein Band (Blech, Textil, Folie) oder einen Draht unter definiertem Zug auf- oder abzuwickeln. Der Radius der Rolle wächst im Laufe der Zeit an (bzw. reduziert sich beim Abwickeln).

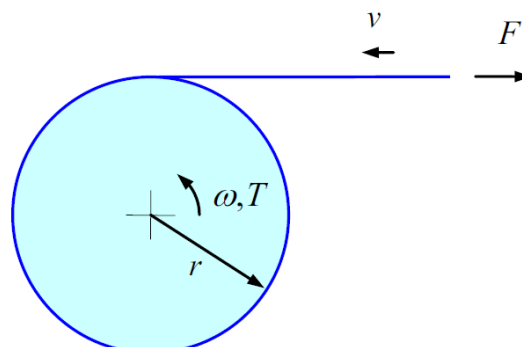


Abbildung 10.22.: Wickler (Quelle:[]) ID: ./images/wickler.png

Bei der Aufstellung der Drehimpulsbilanz ist besondere Sorgfalt geboten: Durch das Aufwickeln verändert sich das Massenträgheitsmoment J . Die Ursache dieser Änderung ist nicht wie bei vielen elementaren Aufgabenstellungen der Technischen Mechanik eine Formänderung einer ansonsten gleichbleibenden Masse, sondern die Zufuhr an Material. Diese Materialzufuhr ist auch mit einer Zufuhr an Impuls bzw. Drehimpuls verbunden. Die vollständige Drehimpulsbilanz lautet hier somit ¹

$$\dot{D} = \frac{d}{dt}(J\omega) = T - rF + k \quad (10.64)$$

wobei $T - rF$ die Summe der am Wickel angreifenden Drehmomente und k die materielle Zufuhrrate des Drehimpulses ist. Diese bestimmt sich für ein aufzuwickelndes Element der infinitesimalen Länge dx , welches den linearen Impuls $dp = v\rho dx$ trägt, zu

$$k = r \frac{dp}{dt} = r\rho_1 v \frac{dx}{dt} = r\rho_1 v^2 = \rho_1 \omega^2 r^3 \quad (10.65)$$

Hierbei ist $\rho_1 = dm/dx$ die längenspezifische Dichte des Materials. Der Zusammenhang zur üblichen volumenspezifischen Dichte $\rho = dm/dV$ ergibt sich mit der Dicke d und der Breite b des Bandmaterials als $\rho_1 = \rho bd$.

Die Auswertung der Drehimpulsbilanz führt zu

$$J\dot{\omega} + J\omega = T - rF + \rho_1 \omega^2 r^3 \quad (10.66)$$

Wird angenommen, dass das bereits aufgewickelte Gut durch zusätzliche Lagen nicht weiter komprimiert wird, wird die Zunahme des Massenträgheitsmoments durch

$$\dot{J} = r^2 \frac{dm}{dt} = r^2 \rho_1 v = r^3 \rho_1 \omega \quad (10.67)$$

beschrieben, wodurch sich die betreffenden Terme auf beiden Seiten der Gleichung aufheben und so trotz veränderlichem Massenträgheitsmoment die Gleichung

¹Hier steht der Buchstabe D für den Drehimpuls. Leider lässt sich die mehrfache Verwendung eines Buchstaben für verschiedene Größen nicht immer vermeiden.

$$J\dot{\omega} = T - rF \quad (10.68)$$

folgt. Der über das Bandmaterial zugeführte Impuls entspricht somit genau der Massenzufuhr.

Vernachlässigt man bei einer quasistationären Betrachtung die zeitliche Änderung der Drehfrequenz, folgt

$$T = rF \quad (10.69)$$

Arbeitet der Wickler mit konstanter Bandgeschwindigkeit v und konstantem Bandzug F , ergibt sich der Zusammenhang zwischen Drehmoment und Drehgeschwindigkeit:

$$T = \frac{vF}{\omega} \quad (10.70)$$

10.5.5. Traktionsantrieb

ID: at-lastkennlinien-traktion.tex

Die Berücksichtigung von Luftwiderstand F_L , Rollreibung F_r , Hangabtriebskraft F_g führt auf die Widerstandskraft

$$\begin{aligned} F_w &= F_L + F_r + F_g \\ &= \frac{1}{2}\rho_L c_w A_F v^2 + c_r mg \cos \gamma + mg \sin \gamma \end{aligned} \quad (10.71)$$

Die Darstellung der Widerstandskraft über der Geschwindigkeit wird als Widerstands-Geschwindigkeits-Diagramm bezeichnet.

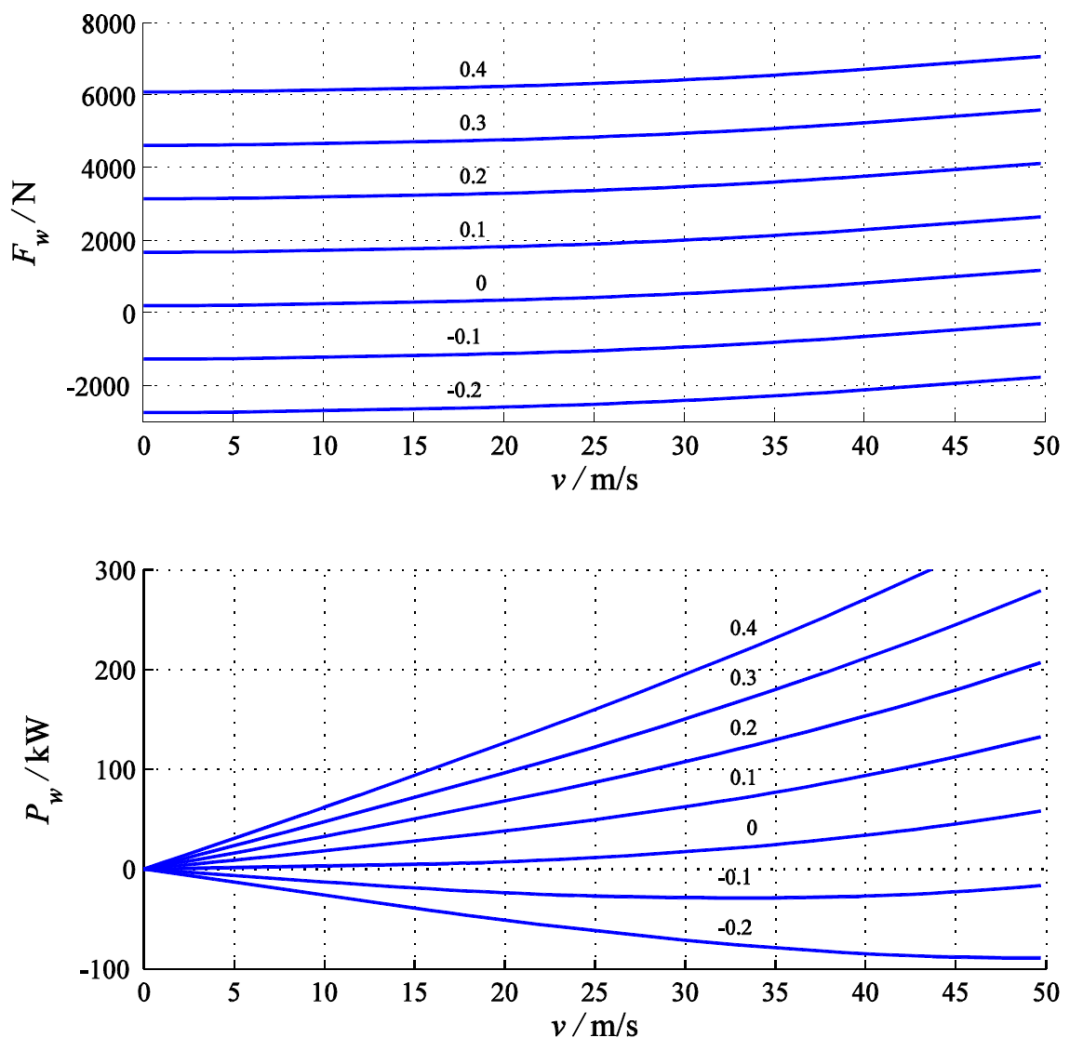
- ρ_L spezifische Dichte der Luft
- A_F wirksame Querschnittfläche des Fahrzeugs
- c_w Luftwiderstandsbeiwert
- c_r Rollwiderstandsbeiwert
- g Gravitationsfeldstärke (Erdbeschleunigung)
- γ Steigungswinkel

Dynamische Gleichung für die Fahrzeugbewegung:

$$m\dot{v} = F_a - F_w \tag{10.72}$$

Im stationären Fall (Beharrungsfahrt) muss die Antriebskraft gleich den Widerstandskräften sein:

$$F_a = F_w \tag{10.73}$$



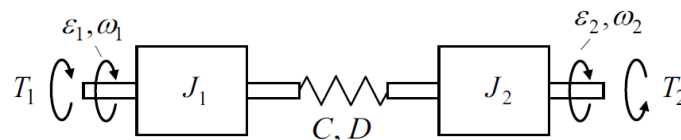
ID: ./images/traktion.png

Abbildung 10.23.: Lastkennlinien eines Fahrzeugs für verschiedene Steigungen Parameter der Kurvenscharen ist die Steigung $\tan \gamma$
 Beispielfahrzeug mit $m=1500$ kg, $c_w=0,3$, $A = 2m^2$, $c_r=0,015$
 (Quelle:[])

10.6. schwingungsfähiger Antriebsstrang

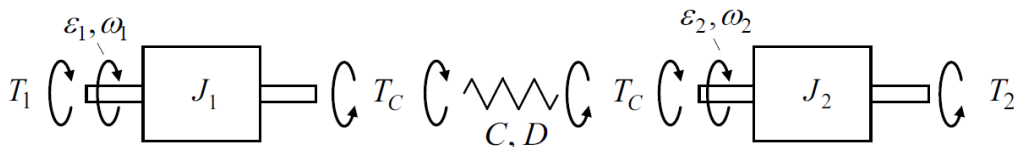
ID: at-schwingungsfaeziger-strang.tex

Jeder Antriebsstrang ist aufgrund der mechanischen Elastizität mehr oder weniger schwingungsfähig. Die einfachste Modellierung ist die als Zwei-Massen-System:



ID: ./images/strang-schwing1.png

Abbildung 10.24.: Modell eines schwingungsfähigen Antriebsstrangs
(Quelle:[])



ID: ./images/strang-schwing2.png

Abbildung 10.25.: Vollständig freigeschnittene Systemkomponenten
(Quelle:[])

Kinematik:

$$\omega_1 = \dot{\varepsilon}_1, \quad \omega_2 = \dot{\varepsilon}_2 \quad (10.74)$$

Dynamische Gleichungen:

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= T_1 - T_C \\ J_2 \dot{\omega}_2 &= T_C - T_2 \end{aligned} \quad (10.75)$$

Federgesetz (mit Berücksichtigung einer Dämpfung):

$$T_C = -C(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - D(\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) \quad (10.76)$$

Transformation in den Laplace-Bereich führt zu:

$$\begin{aligned} s^2 J_1 \varepsilon_1(s) &= T_1(s) - T_C(s) \\ s^2 J_2 \varepsilon_2(s) &= T_C(s) - T_2(s) \end{aligned} \quad (10.77)$$

$$T_C(s) = -(C + sD) (\varepsilon_2(s) - \varepsilon_1(s)) = -(C + sD) \Delta\varepsilon(s) \quad (10.78)$$

mit

$$\Delta\varepsilon(s) = \varepsilon_2(s) - \varepsilon_1(s) \quad (10.79)$$

Zusammenfassung:

$$\begin{aligned} s^2 \Delta\varepsilon(s) &= -\frac{T_1(s)}{J_1} - \frac{T_2(s)}{J_2} - \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) (C + sD) \Delta\varepsilon(s) \\ (J' s^2 + sD + C) \Delta\varepsilon(s) &= -\frac{J'}{J_1} T_1(s) - \frac{J'}{J_2} T_2(s) \\ \Delta\varepsilon(s) &= -\frac{1}{J_1 + J_2} \frac{J_2 T_1(s) + J_1 T_2(s)}{J'_s + sD + C} = -\frac{1}{J'_s + sD + C} \left[\frac{J'}{J_1} T_1(s) + \frac{J'}{J_2} T_2(s) \right] \end{aligned} \quad (10.80)$$

bzw.

$$T_C(s) = \frac{sD + C}{J' s^2 + sD + C} \left[\frac{J'}{J_1} T_1(s) + \frac{J'}{J_2} T_2(s) \right] \quad (10.81)$$

mit

$$J' = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} \quad (10.82)$$

Nullstellen des charakteristischen Polynoms:

$$s_{1,2} = -\frac{D}{2J'} \pm j \sqrt{\frac{C}{J'} - \frac{D^2}{4J'^2}} = -d\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - d^2} \quad (10.83)$$

mit

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J'}} \quad (10.84)$$

$$d = \frac{D}{2J'\omega_0} = \frac{D}{2\sqrt{J'C}} \quad (10.85)$$

Bei typischen Antriebssträngen liegen die Eigenschwingungsfrequenzen bei

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 5 \dots 50 \text{ Hz}$$

Unter Verwendung dieser Kennwerte können die Übertragungsfunktionen die Normalformen dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon(s) &= -\frac{1}{s^2 + 2sd\omega_0 + \omega_0^2} \left[\frac{1}{J_1} T_1(s) + \frac{1}{J_2} T_2(s) \right] \\ &= -G_\varepsilon(s) \left[\frac{1}{J_1} T_1(s) + \frac{1}{J_2} T_2(s) \right] \end{aligned} \quad (10.86)$$

$$\begin{aligned} T_C(s) &= \frac{2sd\omega_0 + \omega_0^2}{s^2 + 2sd\omega_0 + \omega_0^2} \left[\frac{J'}{J_1} T_1(s) + \frac{J'}{J_2} T_2(s) \right] \\ &= G_T(s) \left[\frac{J'}{J_1} T_1(s) + \frac{J'}{J_2} T_2(s) \right] \end{aligned} \quad (10.87)$$

mit

$$G_\varepsilon(s) = \frac{1}{s^2 + 2sd\omega_0 + \omega_0^2} \quad (10.88)$$

und

$$G_T(s) = \frac{2sd\omega_0 + \omega_0^2}{s^2 + 2sd\omega_0 + \omega_0^2} \quad (10.89)$$

Eine Resonanzstelle tritt bei den Übertragungsfunktionen $G_\varepsilon(s)$ und $G_T(s)$ für sehr kleine Dämpfung $d \ll 1$ bei $s \approx j\omega_0$ auf. An den Resonanzstellen finden wir die Verstärkungen

$$|G_\varepsilon(j\omega_0)| \approx \frac{1}{2d\omega_0^2} \quad (10.90)$$

$$|G_T(j\omega_0)| \approx \frac{1}{2d} \quad (10.91)$$

bzw. die Resonanzüberhöhungen

$$\left| \frac{G_\varepsilon(j\omega_0)}{G_\varepsilon(0)} \right| \approx \frac{1}{2d} \quad (10.92)$$

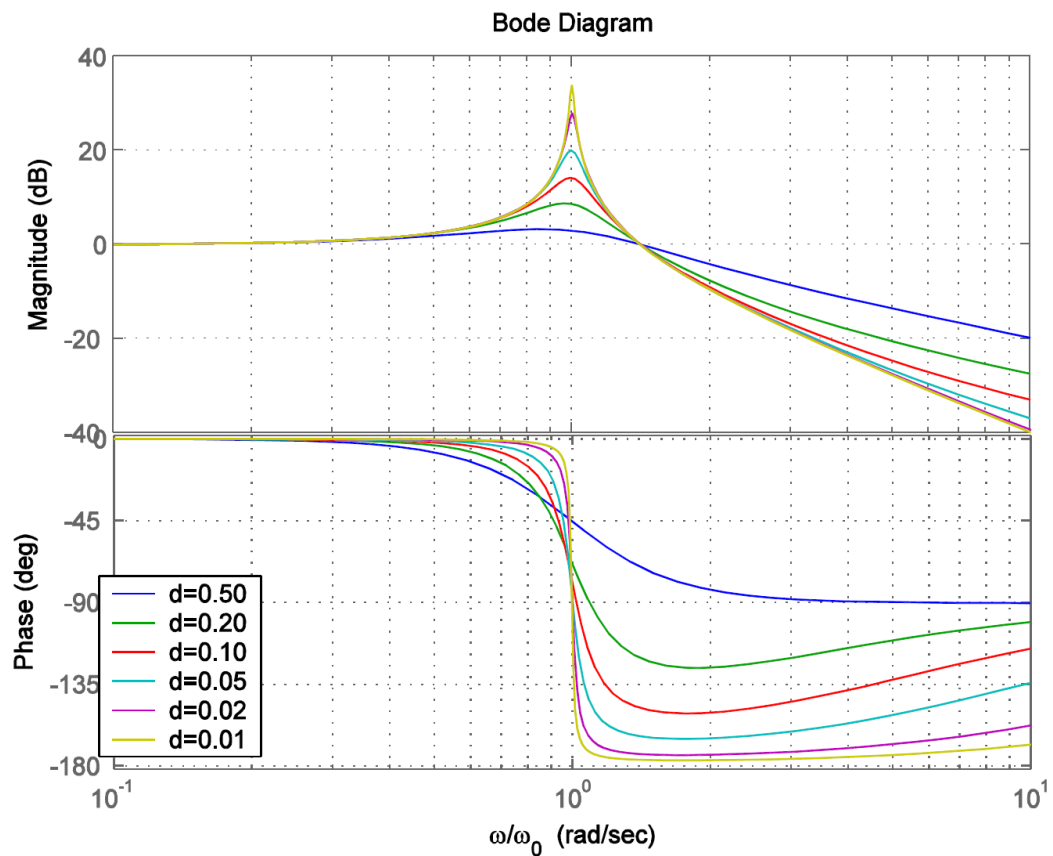


Abbildung 10.26.: Bodediagramm der Verstärkungsfunktion $G_T(j\omega)$ für verschiedene Dämpfungen

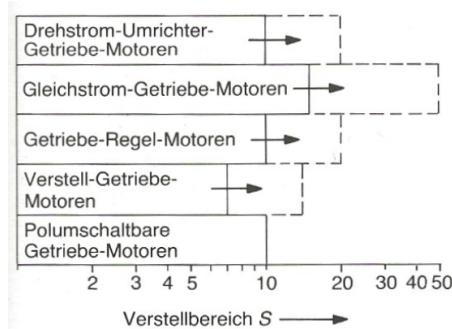
ID: ./images/bode-antrieb.png

(Quelle:[])

11. drehzahlveränderliche Antriebe im Vergleich

ID: at-drehzahlveraenderlich-vergleich.tex

Mechanische und elektrische Verstellmöglichkeiten konkurrieren auf dem Markt (Bild 11.1).



ID: ./images/verstellbereich.png

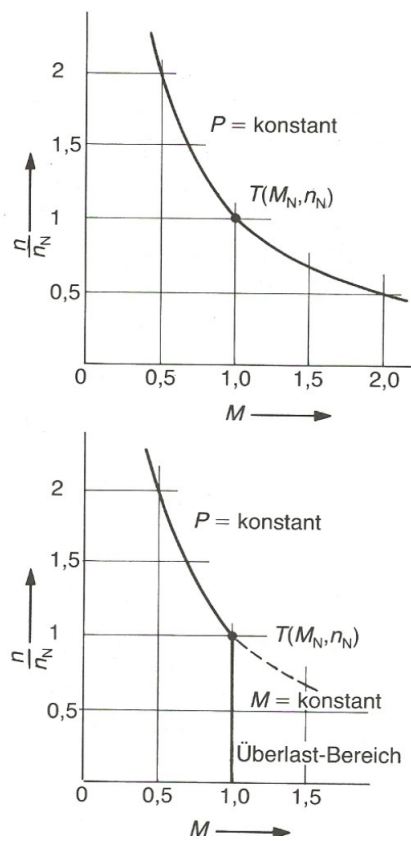
Abbildung 11.1.: Verstellbereiche ($S = 1 : n_{\max}/n_{\min}$) verschiedener Antriebssysteme mit variabler Drehzahl elektrischer und mechanischer Bauart (Quelle:[?])

Den prinzipiellen Kennlinienverlauf dieser beiden Antriebsvarianten zeigt Bild 11.2 Während das mechanische Verstellgetriebe im ganzen Arbeitsbereich mit konstanter Leistung (P) arbeitet, muss man beim Elektroantrieb zwei Betriebsbereiche beachten: Den Bereich konstanten Drehmomentes (M) bis zur Eckdrehzahl (T) und den anschließenden Konstant-Leistungsbereich (P).

Wesentliche Unterschiede ergeben sich so im Bereich kleiner Drehzahlen. Dort kann eine Maschine kleiner Leistung über ein Getriebe große Drehmomente aufbringen. Beim Elektrodirektantrieb wäre hierfür eine sehr große Maschine erforderlich, da die räumliche Größe eines Elektromotors vom Drehmoment und nicht von der Leistung bestimmt wird (Bild ??).

Diese Problematik führt in der Praxis oft zu Fehleinschätzungen, wenn eine mechanische Drehzahlverstellung durch eine elektrische ersetzt werden soll.

Bevor näher auf die Antriebskomponenten eingegangen wird, sollen zunächst die antriebstechnischen Grundlagen betrachtet werden.



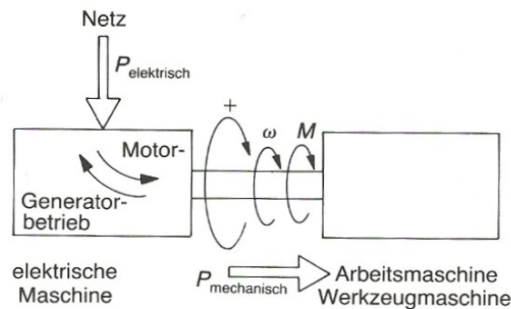
ID: ./images/kennlinienvergleich.png

Abbildung 11.2.: Kennlinienvergleich zwischen mechanischer und elektrischer Lösung:
Verstellgetriebeantrieb - Stromrichterantrieb
(Quelle:[?])

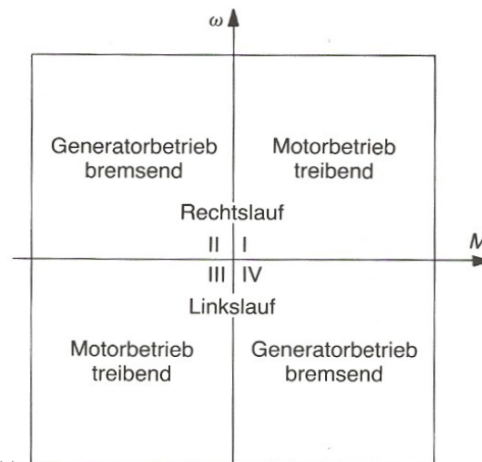
12. Physikalische Gesetze aus antriebstechnischer Sicht

ID: at-physikalische-gesetze.tex

Folgend wird spezieller auf die Situation bei einem Antriebsstrang eingegangen. Beachte auch besonders die Kapitel 10.2 und folgende. Weiters sind in den folgenden Bildern und Gleichungen die Drehmomente mit M bezeichnet, wie es in älterer deutschsprachigen Literatur gebräuchlich war.



a)



ID: ./images/vereinbarungen.png

Abbildung 12.1.: Vereinbarungen am Antrieb a) Positive Zählrichtungen für elektrische und mechanische Größen b) Die vier Betriebsquadranten mit der Arbeitsweise der elektrischen Maschine (Generatorbetrieb: bremsend, das kann auch Betrieb auf einen Bremswiderstand oder Kurzschlußbremsung sein)

(Quelle:[?])

Für die Berechnungen werden folgende Vorzeichenvereinbarungen getroffen (Bild 12.1):

Für die mechanische Behandlung eines Antriebsproblems reichen drei Gesetze aus

- das dynamische Grundgesetz, das auch den Sonderfall des stationären Betriebs einschließt,
- das Leistungsgesetz (die Leistungsbilanz) und
- der Energiesatz (die Energiebilanz)

Die Anwendung der Gesetze soll der Antrieb von Bild 12.2 zeigen. Dort ist das allgemeine Schema eines Elektroantriebs zu sehen. Bei diesem Beispiel, einem Hubantrieb, treten Linear- und Drehbewegungen sowie aktive und passive Lasten auf.

Das aufbereitete, auf die Motorwelle reduzierte System ist in Bild 12.3 dargestellt.

Bei den meisten Antriebsproblemen ist es sinnvoll, die Maschinenwelle als Bezugswelle zu wählen. Dann müssen alle Massenträgheitsmomente und die Betriebsdaten der angekoppelten Arbeitsmaschine ebenfalls auf diese Welle umgerechnet werden. Mit Hilfe des Satzes von der Erhaltung der Energie werden die realen Antriebsdaten auf die fiktiv wirkenden Daten an der Maschinenwelle reduziert (Bild 12.4). Die dabei einmal eingeführten Zählrichtungen gelten auch für alle mathematischen Berechnungen am Antriebsproblem.

Das dynamische Grundgesetz, auf den drehenden Antrieb angewendet, lautet

$$J \frac{d\omega}{dt} = \Sigma(M) = M_M + M_L \quad (12.1)$$

oder für den Sonderfall des stationären Betriebs ($\frac{d\omega}{dt} = 0$)

$$\Sigma(M) = 0 = M_M + M_L \quad (12.2)$$

mit dem Massenträgheitsmoment I , dem (allgemeinen) Drehmoment M , dem speziellen Maschinendrehmoment M_M (maschine) und dem meist belastenden Arbeitsmaschinen-Drehmoment M_L (ast) sowie den Ableitungen der Winkelgeschwindigkeit $d\omega$ und der Zeit dt . Das Drehmoment der Last hat einen negativen Zahlenwert, wenn es entgegen der eingeführten positiven Zählrichtung wirkt, d.h. den Motor bremst. Treibt es, z.B. im Linkslauf beim Absenken (durchziehende Last), an, ist der einzusetzende Zahlenwert auch negativ, wie Bild 12.5 zeigt, da das Moment entgegen der positiven Zählrichtung wirkt.

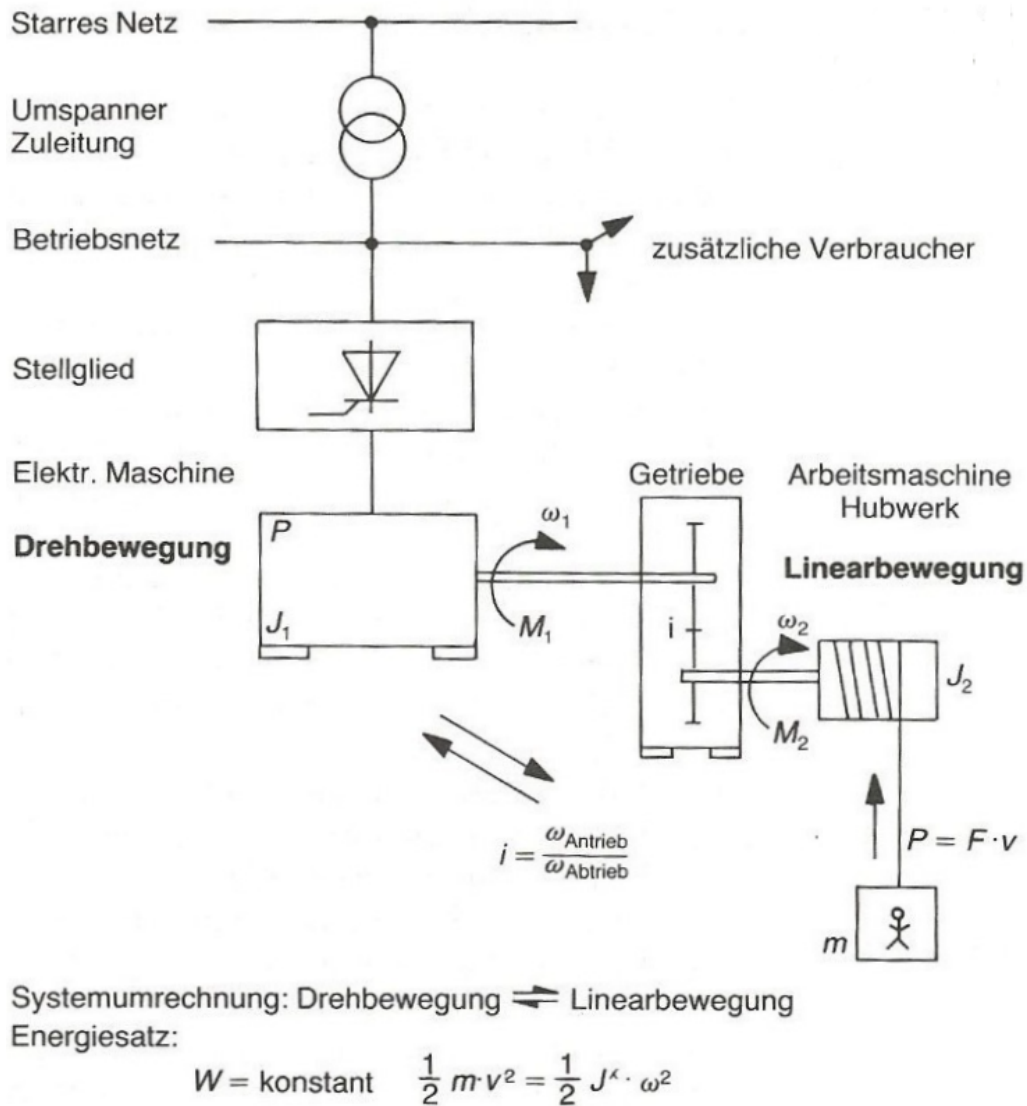
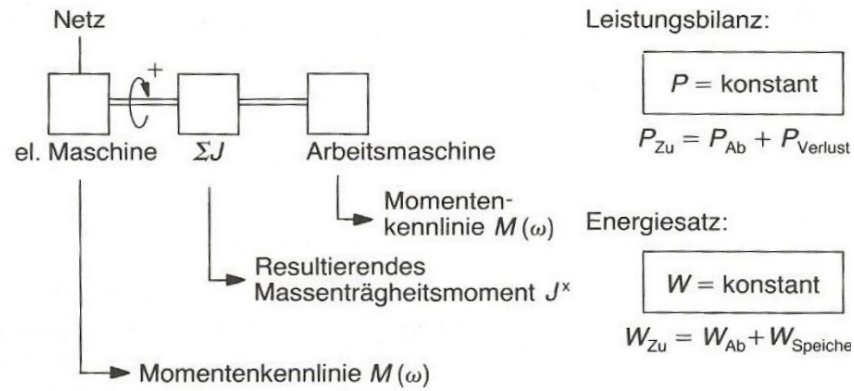


Abbildung 12.2.: Allgemeines Schema eines Elektroantriebs (elektrisch-mechanischer Energiewandler)

(Quelle:[?])



Dynamisches Grundgesetz der Bewegung:

$$J \frac{d\omega}{dt} = (\Sigma M)$$

Sonderfall des **stationären** Betriebes ($d\omega/dt = 0$)

$$0 = \Sigma (M)$$

ID: ./images/wellenreduktion.png

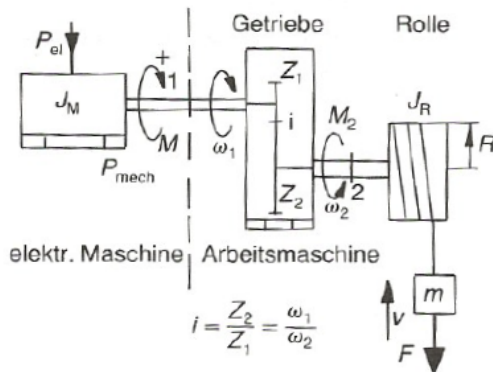
Abbildung 12.3.: Auf die Maschinenwelle reduziertes Antriebssystem mit den drei grundlegenden Gleichungen zur Beschreibung der Mechanik (Quelle:[?])

Umrechnung der mechanischen Werte

Bezug: Maschinenwelle
 Schema des Antriebes z. B. Hubwerk

Energiesatz:

$$\frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

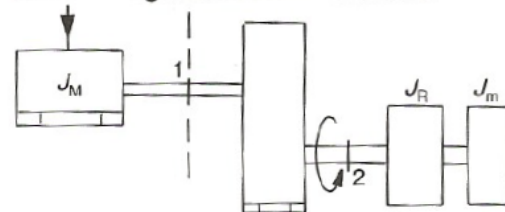


- J_M Maschine
- J_G Getriebe = 0; $\eta = 1$
- J_R Rolle
- m Fahrkorb

$$i = \frac{\omega_{\text{Antrieb}}}{\omega_{\text{Abtrieb}}}$$

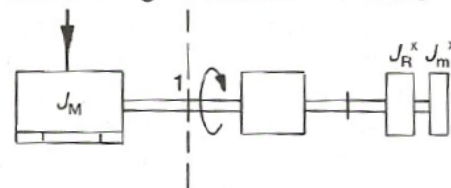
$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Stufenweise Umwandlung
Umrechnung auf die Treibrollenwelle

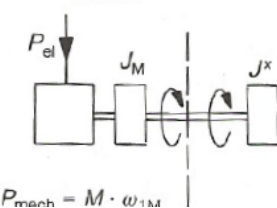


$$J_m = m \cdot \frac{v^2}{\omega_2^2}$$

Umrechnung auf die Maschinenwelle



Ersatzwerte



Leistungsbilanz:

$$J^x = J_R^x + J_m^x \quad P_{el} = P_{mech} \text{ bei } \eta = 1$$

$$\Sigma J = J_M + J^x = J_{ges.} \quad P_{el} = M \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2 = F \cdot v$$

ID: ./images/umrechnungsschema.png

Abbildung 12.4.: Umrechnungsschritte für die äquivalenten Massenbeziehungen. Die reduzierten Daten sind mit (*) gekennzeichnet.
 (Quelle:[?])

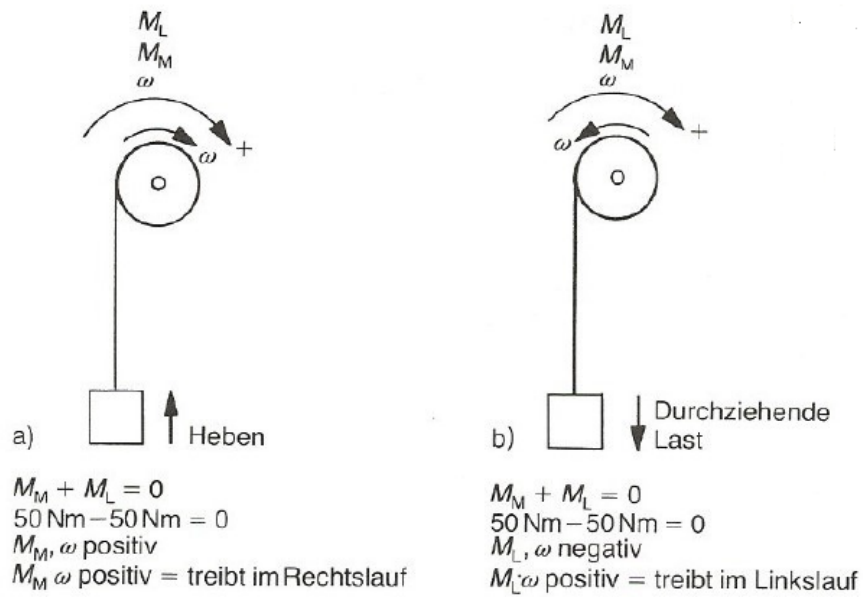


Abbildung 12.5.: Hubantrieb mit Betriebszuständen (stationärer Zustand) a) Heben der Last: Treiben im Rechtslauf (I. Quadrant) b) Durchziehende Last: Treiben im Linkslauf (III. Quadrant) (Quelle:[?])

13. Antriebsmomente elektrischer Maschinen und Antriebsmaschinen

ID: at-antriebsmomente.tex

Wie bereits erwähnt, arbeiten elektrische Maschinen und Stromrichter als Antriebspaket eng abgestimmt zusammen. Während Gleichstrom- und Drehstrommaschinen herkömmlicher Bauart auch direkt am normalen Netz selbständig laufen, können die neuen Maschinen mit elektronischer Stromwendung oder Schrittmotoren nur zusammen mit dem angepassten Stromrichter arbeiten. Durch die Speisung über Stromrichter kann meist ein großer Drehzahlbereich genutzt werden.

Die am häufigsten eingesetzten elektrischen Maschinen sind

- Gleichstrommaschinen mit Nebenschlußverhalten, elektrisch- oder permanenterregt,
- Reihenschlußmaschinen (Universalmotoren),
- Asynchronmaschinen mit Kurzschlußoder Schleifringläufer und
- Synchronmaschinen, elektrisch- oder permanenterregt.

Wobei die umrichter gespeisten Asynchron-Kurzschlussläufermotoren zunehmen und fast vollständig die anderen Antriebsvarianten verdrängt. So sind Schleifringläufermotoren praktisch nicht mehr zu finden.

Alle stationär drehzahlveränderlichen Antriebe werden heute aus dem 50 – Hz -Netz über Stromrichter gespeist. Die Stromrichter enthalten den Steuer-, Regel- und Leistungsteil. Je nach Anwendung unterscheidet man dabei

- netzgeführte Stromrichter, hauptsächlich in vollgesteuerter Brückenschaltung, zur Speisung des Ankerkreises und, falls erforderlich, auch fürs Feld,
- netzgeführte Stromrichter, hauptsächlich in vollgesteuerter Brückenschaltung, zur Speisung des Ankerkreises und, falls erforderlich, auch fürs Feld,

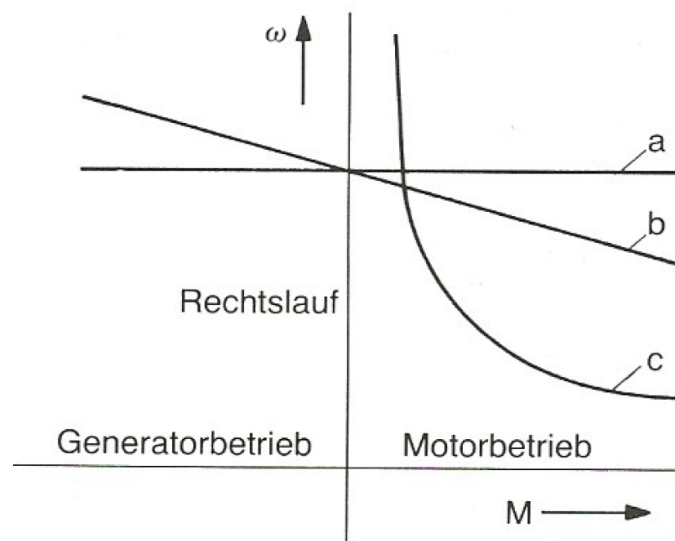
- Gleichstromsteller mit Spannungszwischenkreis zur Pulsteuerung von Gleichstrommaschinen,
- Drehstromsteller
- (Wechselwegschaltung) mit Anschnittsteuerung für Drehstrom-Asynchronmaschinen und Universalmotoren,
- Frequenzumrichter mit Spannungs- oder Stromzwischenkreis, für Drehstrommaschinen synchroner und asynchroner Bauart und maschinengetaktete Stromrichter für die elektronische Stromwendung, die ähnlich wie Frequenzumrichter aufgebaut sind. Schrittmotoren sind als hochpolige Synchronmaschinen ebenfalls dort einzuordnen.

Diese klassische Unterteilung verliert immer mehr an Bedeutung, da durch die enormen Fortschritte in der Leistungselektronik (IGBT's in SiC-Technologie) praktisch nur mehr die kostengünstigen und robusten Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Kurzschlussläufer und die Synchronmaschinen (mit Permanentenerregung; PSM) eingesetzt werden.

Um das nötige Wissen zur Beurteilung eines Antriebskonzeptes zu bekommen wird folgend, zumindest betreffend der Grundlagen auf die alternativen Antriebskonzepte und Maschinen eingegangen.

Die elektrischen Maschinen zeigen unterschiedliches Verhalten und haben spezifische Kennlinien. Vereinfachend unterscheidet man in der Antriebstechnik drei Arten von charakteristischen Maschinenkennlinien:

- die starre Kennlinie, wie bei der Synchronmaschine und dem Schrittmotor,
- die harte Kennlinie, wie bei der Gleichstrommaschine mit konstanter Erregung oder der Asynchronmaschine zwischen Leerlauf und Nennpunkt und
- die weiche Kennlinie, wie bei der Gleichstrommaschine im Feldstellbereich oder bei Maschinen mit Reihenschlußerregung. Bild 13.1 zeigt die charakteristischen Kennlinien. Die besonderen Kennlinien der einzelnen Maschinen und deren Beeinflussung durch das Stellglied Stromrichter werden später betrachtet.



ID: ./images/maschinenkennlinien.png

Abbildung 13.1.: Grundtypen der Kennlinien elektrischer Maschinen

- a) Synchrones Verhalten: starr Synchronmaschine, Maschine mit Regelung
- b) Nebenschlußverhalten: hart, kaum nachgebend Gleichstromnebenschluß- und Asynchronmaschine
- c) Reihenschlußverhalten: weich Reihenschlußmaschine
(Quelle:[?])

13.1. Grundtypen der Lastkennlinien von Arbeitsmaschinen

ID: at-arbeitsmaschinen-momentenverlauf.tex

Nehmen die Belastungsmaschinen Energie über die Welle auf, so wirken sie als reine passive Last auf den Elektromotor zurück. Neben diesen hauptsächlichen Betriebsfällen treten vereinzelt jedoch Fälle auf, bei denen die Energierichtung zeitweise umgekehrt verläuft. Dann wirkt auch die Arbeitsmaschine als aktives Element und speist (oft nennenswert) Energie über die Welle zur elektrischen Maschine zurück. Charakteristische Beispiele hierfür sind Hebezeugantriebe beim Absenken der Last oder Antriebe mit (großen) Schwungmassen, z. B. Zentrifugen, beim Abbremsen. In diesen Fällen zeigt sich ein Vorteil des Elektroantriebs: die elektrische Maschine kann Nutzbremsen, d.h. im Generatorbetrieb die Energie ins Netz zurückspeisen, wenn die Einrichtungen dazu ausgelegt sind.

Betrachtet man den Verlauf des Lastdrehmoments, so treten in der Praxis eine Vielzahl von möglichen Betriebsfällen mit einer Fülle von verschiedenen Verläufen des Drehmoments auf. Eingrenzend lassen sich jedoch vier typische Drehmomentverläufe angeben, die die Haupteinsatzfälle abdecken. Es ergeben sich Verläufe

- hyperbolisch mit der Winkelgeschwindigkeit fallendem Drehmoment ($M_L \sim 1/\omega$) wie bei Wicklern,
- konstantem, von der Winkelgeschwindigkeit unabhängigem Drehmoment ($M_L = \text{konstant}$), wie bei Hebezeugen,
- linear mit der Winkelgeschwindigkeit steigendem Drehmoment ($M_L \sim \omega$), wie bei Kalandern mit viskoser Reibung und
- quadratisch mit der Winkelgeschwindigkeit steigendem Drehmoment ($M_L \sim \omega^2$) wie bei Lüftern.

In Bild 13.2a sind die idealisierten Drehmomentkurven (M) und die zugehörigen Leistungskurven (P) zu sehen. Alle bremsend wirkenden (passiven) Lastdrehmomente haben negative Zahlenwerte; die Kurven verlaufen im II. Quadranten. Nur das Hebezeugmoment kann z.B. im Linkslauf (III. Quadrant) aktive Drehmomente aufbringen.

In der Praxis treten im allgemeinen Mischformen auf, oder es ergeben sich Abweichungen von dem idealisierten Verlauf, z.B. im Bereich kleiner Drehzahlen durch Losbrechmomente usw.

Eine andere Abhängigkeit des Drehmomentes ist bei Kolbenpumpen, Pressen oder Verpackungsmaschinen gegeben. Hier hängt das Lastmoment der Maschine ($M_L = f(\varphi)$) vom Verdrehungswinkel - meist periodisch - ab (Bild 13.2b)

Bei Kränen, Förderanlagen oder Fahrzeugen ist das Lastmoment ($M_L = f(t, s)$) von der Zeit oder vom Weg abhängig (Bild 13.2c). In der Praxis kommt es auch hier durch Losbrechmomente oder variable Reibmomente zu Abweichungen vom dargestellten idealisierten Verlauf.

13.2. Stabiler Betriebspunkt eines Antriebssystems

ID: at-stabiler-betriebspunkt.tex

Im stationären Betrieb läuft ein Antrieb mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_{st} , und es herrscht Gleichgewicht zwischen dem treibenden (positiver Zahlenwert) Drehmoment der elektrischen Maschine (M_M) und dem (negativer Zahlenwert) Belastungsmoment (M_L) der Arbeitsmaschine, die vorzeichenrichtig gebildete Summe der Drehmomente ist 0:

$M_M + M_L = 0$; die zeitliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\omega}{dt}$ ebenfalls.

Jede (kleine) Änderung des Lastmomentes (ΔM_L) an der Maschinenwelle ruft automatisch auch eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit ($\Delta\omega$) und damit des Drehmoments bei der elektrischen Maschine hervor; der Antrieb soll danach im neuen Arbeitspunkt - mit geändertem Drehmoment und mit neuer Winkelgeschwindigkeit - stabil weiterarbeiten. Im folgenden wird kurz am Beispiel eines Hubantriebs (Bild 13.3a) - mit der Methode der kleinen Änderungen (Δ) - untersucht, unter welchen Bedingungen ein Antrieb dieses erforderliche stabile Verhalten zeigt.

Dazu betrachtet man den Kennlinienverlauf in der $\omega - M$ -Ebene, in Bild 13.3b sind die Kennlinien einer Drehstrom-Asynchronmaschine (DAM) und eines Hubwerkes (H) eingetragen. Die gespiegelte Lastkennlinie ($-H'$) liefert die beiden möglichen stationären Betriebspunkte A und B, für die die Drehmomentensumme verschwindet ($M_M + M_L = 0$).

Zur Stabilitätsuntersuchung konstruiert man die resultierende Drehmomentenkennlinie (rK) indem man für jede Winkelgeschwindigkeit die Momentensumme bildet. Die resultierende Kennlinie schneidet die ω Achse bei A^* und B^* .

Nun betrachtet man den Betriebspunkt A^* (Ausschnitt in Bild 13.3b) der resultierenden Kennlinie. Der Antrieb arbeitet dort stabil, da bei einer durch eine Störung hervorgerufenen geringfügigen Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit ($\Delta\omega$) ein negatives, bei einer Verringerung ein positives resultierendes Drehmoment (ΔM) auftritt, das den Antrieb bei Wegfall der Störung auf den alten Arbeitspunkt A^* hin beschleunigt (Methode der kleinen Momentenänderung). Allgemein gilt für einen stabilen Arbeitspunkt:

- Die Summe der stationären Drehmomente muss 0 und
- die Neigung der resultierenden Drehmomenten-Kennlinie muss kleiner Null sein.

Formelmäßig erhält man die Bedingungen zu:

$$M_M + M_L = 0 \quad (13.1)$$

und

$$\frac{\Delta M_M}{\Delta\omega} + \frac{\Delta M_L}{\Delta\omega} = \frac{\Delta M_{res}}{\Delta\omega} < 0 \quad (13.2)$$

Für den anderen möglichen Arbeitspunkt B^* ist wohl die erste, jedoch nicht die notwendige zweite Bedingung erfüllt. Bei einer Abweichung vom Punkt B^* beschleunigen die Momente den Antrieb so, dass er vom Punkt wegläuft. B^* ist ein instabiler (labiler) Arbeitspunkt. Mit Hilfe der Regelungstechnik kann ein Antrieb allerdings auch an solchen Punkten stabil arbeiten.

Typ	Abhängigkeit	Momentenverlauf	Beispiele
a	$M_L = \frac{k}{\omega}$ $P_L = \text{konst.}$		Winden Aufwickelmaschinen Werkzeugmaschinen Rundschalmaschinen
b	$M_L = \text{konst.}$ $P_L = k \cdot \omega$	Hebezeug passiv aktiv 	Kolbenpumpen Walzwerke Werkzeugmaschinen
c	$M_L = k \cdot \omega$ $P_L = k \cdot \omega^2$		El. Generator mit R-Last Viskosedämpfung Kalander
d	$M_L = k \cdot \omega^2$ $P_L = k \cdot \omega^3$		Lüfter, Luftreibung Zentrifugalpumpen Fördereinrichtungen Fahrzeuge mit Luftreibung

a)

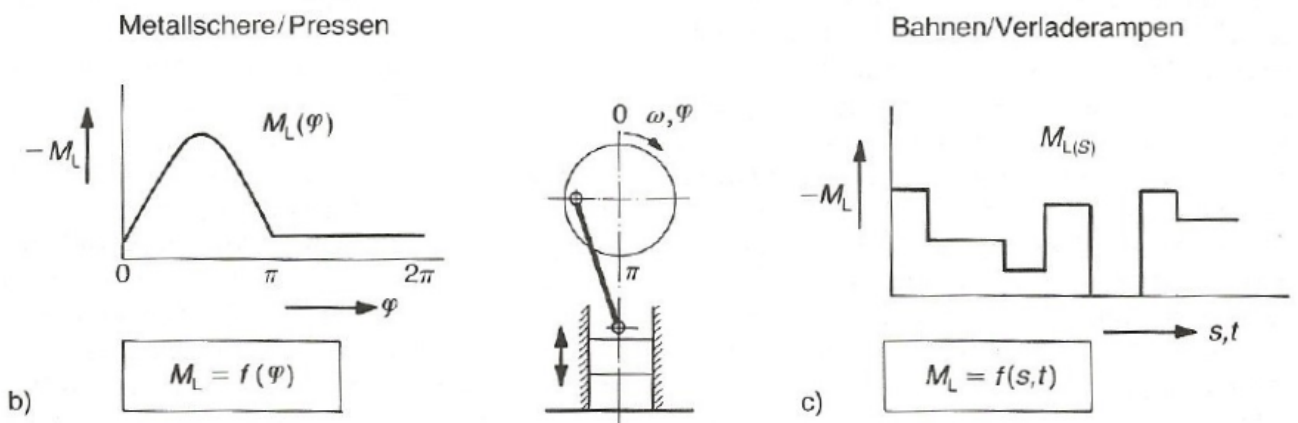


Abbildung 13.2.: Grundtypen der Arbeitsmaschinen-Kennlinien a) **Abhängig von der Winkelgeschwindigkeit**

a Wickler-Kennlinie $M_L \sim 1/\omega$

b Hebezeug-Kennlinie $M_L \sim \text{konstant}$

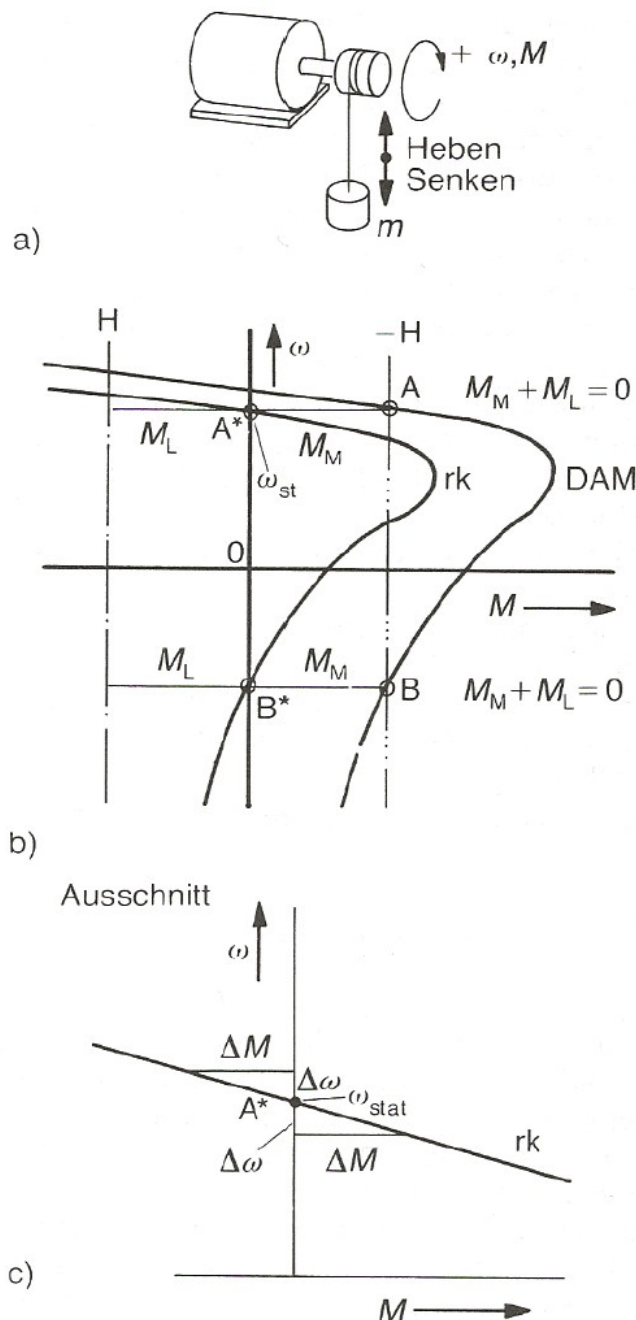
c Kalander-Kennlinie $M_L \sim \omega$

d Lüfter/Pumpen-Kennlinie $M_L \sim \omega^2$

b) **Abhängig vom Winkel** φ Presse/Schere

c) **Abhängig von Weg** s und Zeit t Förderanlage/Fahrzeug

(Quelle:[?])



ID: ./images/stabilitaet-betriebspunkt.png

Abbildung 13.3.: Ermittlung der Stabilität eines Betriebspunkts

- a) Schema eines Hubantriebs mit Zählrichtungsangabe
 - b) Betriebskennlinien eines Antriebs mit resultierender Kennlinie (rK) zur Bestimmung der Stabilität der möglichen Arbeitspunkte A und B
 - c) Ausschnitt zum Arbeitspunkt A^* DAM: Kennlinie der Drehstrom-Asynchronmaschine (M_M)
- H: Lastkennlinie, hier Hubwerkskennlinie (M_L) $-\overline{H}$: gespiegelte Lastkennlinie zur Bestimmung der Schnittpunkte
 rK : resultierende Momenten-Kennlinie
 A: stabiler Arbeitspunkt (A^*)
 B: instabiler (labiler) Arbeitspunkt (B^*)
 (Quelle:[?])

14. Erwärmung

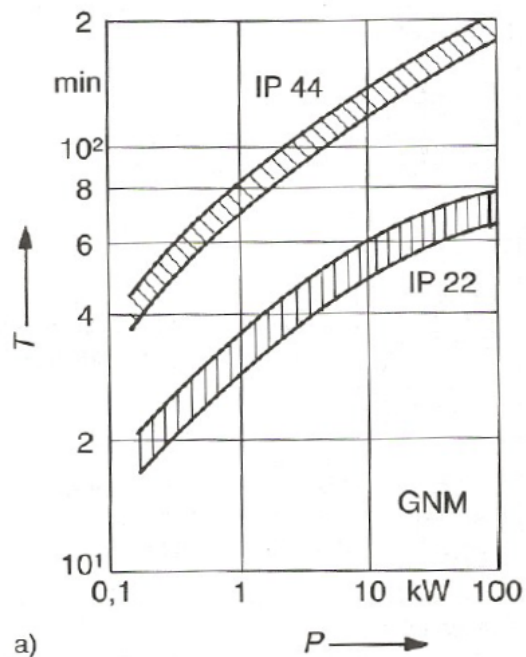
14.1. Abschätzung der thermischen Zeitkonstante

ID: at-abschaetzung-thern-zeitkonst.tex

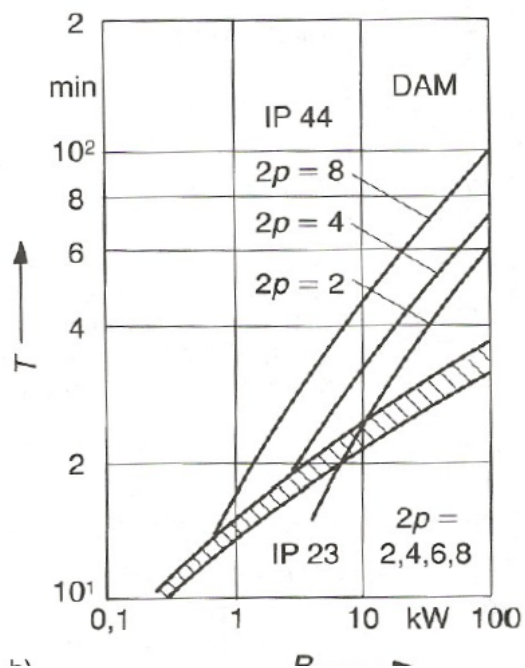
Eine kurze Rechnung liefert eine Abschätzung der thermischen Zeitkonstante aus der Leistungsangabe (P_N), dem Wirkungsgrad (η), der Isolationsklasse ($\Delta\vartheta_{zul}$), der Maschinenmasse (m) und der spezifischen Wärmekapazität c zu:

$$T = \frac{c \cdot m}{\alpha \cdot A} - \frac{c \cdot m}{P_N \cdot (1 - \eta) / \eta} \Delta\vartheta_{end} \quad (14.1)$$

Daraus erhält man für einen 11-kW -Motor bei $\eta = 88\%$, Isolationsklasse B(80K), mit 116kg Masse und einer mittleren spezifischen Wärmekapazität (Cu, Fe) von 445 W s / kg K eine Zeitkonstante T von 46 Minuten. Dieser Wert liefert einen Hinweis auf die Größenordnung der Zeitkonstanten und somit einen Anhaltspunkt bei thermischen Fragestellungen. Für verschiedene Maschinenarten und -Ausführungen liefert Bild 14.1 weitere Anhaltswerte.



a)



ID: ./images/therm-zeitkonstanten.png

Abbildung 14.1.: Anhaltswerte für thermische Zeitkonstanten von Gleichstrommaschinen (a) und Drehstrommaschinen (b)
(Quelle:[?])

15. Kühlung

ID: at-kuehlung.tex

Bei der Kühlung elektrischer Maschinen unterscheidet man nach

- dem Zustandekommen und
- der Wirkungsweise

der Kühlung. Bei Selbstkühlung wird die Maschine ohne Verwendung eines Lüfters durch Luftbewegung und Strahlung gekühlt. Bei Eigenkühlung wird die Luft durch einen am Läufer angebrachten Lüfter bewegt und bei Fremdkühlung wird die Maschine durch einen Lüfter gekühlt, der nicht von der Welle der Maschine angetrieben wird.

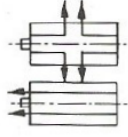
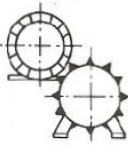
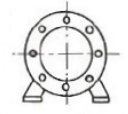

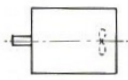
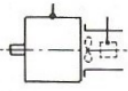
Über die Art der Kühlung gibt die Kennzeichnung Auskunft. Die Kühlarten werden durch zwei Buchstaben und in der vereinfachten Kennzeichnung mit zwei Ziffern beschrieben. Die Angaben beginnen mit den Buchstaben IC (International Cooling). Tabelle 15.1 zeigt die Aufschlüsselung der vorwiegend genutzten Kühlarten.

Bei drehzahlveränderlichen Antrieben wird die Maschine meist durch angebaute Lüfter fremdgekühlt. Somit ist die Wärmeabgabe konstant und unabhängig von der Drehzahl. Bei Maschinen mit Selbstkühlung ist die Zeitkonstante etwa 2 bis 3 mal größer als bei fremd- oder eigengekühlten Maschinen. Auch bei abgeschaltetem Lüfter oder bei eigengekühlten Maschinen im Stillstand verdoppelt sich die Zeitkonstante in etwa.

Anhaltswerte für die notwendige Drehmoment- und Leistungsreduzierung zeigt Bild 15.2 im Prinzip. Oft werden die Wicklungen der Maschinen nach Isolierstoffklasse F erstellt, jedoch nur nach Klasse B ausgenutzt, um Reserven zu haben.

Die Leistungsangaben der Maschinen beziehen sich auf eine Kühlmitteltemperatur von 40°C und eine Aufstellungshöhe bis 1000m über NN. Bei abweichenden Bedingungen muss die Nennleistung u. U. reduziert werden.

Bei allen stoffverarbeitenden oder stoffverändernden Arbeitsmaschinen wird praktisch die gesamte Antriebsleistung in Wärme umgesetzt. Die Wärme muss über die Raumluft aus dem Betriebsraum abgeführt werden. Damit diese Wärmemengen die Raumluft nicht aufheizen, ist für gute Frischluftzufuhr zu sorgen, Zu- und Abluftströme dürfen sich nicht mischen. Der erforderliche Kühlluftstrom kann überschlägig berechnet werden zu:

Erste Kennziffer		
0		Maschine mit freiem Luftein- und -austritt
4		Oberflächengekühlte Maschine (Kühlmittel Umgebungsluft)
5		Maschine mit eingebautem Wärmetauscher (Kühlmittel Umgebungsluft)
Zweite Kennziffer		
0		Selbstkühlung
1		Eigenkühlung
6		Fremdkühlung durch eine an die Maschine angebaute Belüftungseinrichtung Antrieb nicht von der Maschine abhängig

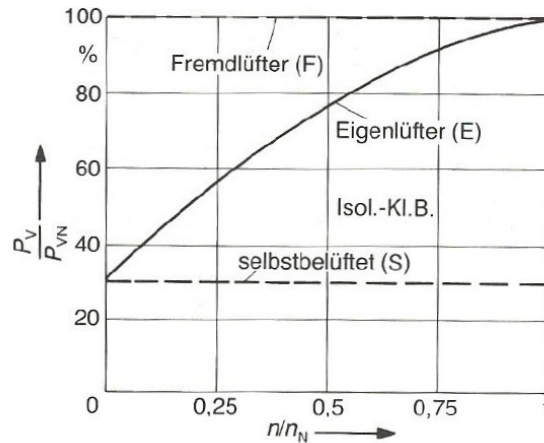
ID: ./images/kuehlarten.png

 Abbildung 15.1.: Kühlarten elektrischer Maschinen (Auswahl)
 (Quelle:[?])

$$V_L = \frac{P_V}{c_p \cdot \varrho \cdot \Delta\vartheta} \quad (15.1)$$

mit der gesamten Verlustleistung P_V , der spezifischen Wärmekapazität des Kühlmittels c_p der Kühlmitteldichte ϱ und der Differenz $\Delta\vartheta$ zwischen der Lufteintritts- und zulässigen Raumtemperatur.

Die Abfuhr von 1 kW Verlustleistung erfordert mit der volumenbezogenen Wärmekapazität $c_p \cdot \varrho = 1,21 \text{ kW s/m}^3 \text{ K}$ etwa 150 m^3 Kühlluft in einer Stunde. Dies gilt z.B. für eine oberflächengekühlte 4polige 11-kW-Drehstromasynchronmaschine.



ID: ./images/abfuehrbare-verluste.png

Abbildung 15.2.: Abführbare Verluste bei elektrischen Maschinen (mit Isolationsklasse B) abhängig von der Kühlart
(Quelle:[?])

15.1. Zeitkonstanten

ID: at-zeitkonstanten.tex

In der Antriebstechnik können bei Überschlagsrechnungen und Abschätzungen von Einflüssen Zeitkonstanten eine wichtige Rolle spielen. Es treten entsprechend der unterschiedlichen Vorgänge verschiedene Zeitkonstanten auf:

- elektromagnetische,
- mechanische und
- thermische.

In den folgenden Bereichangaben sind die Zahlenwertbereiche der Zeitkonstanten für elektrische Maschinen grob dargestellt:

$$T_{\text{elektrisch}} - 1\text{ms bis } 100(1000)\text{ms} \quad (15.2)$$

$$T_{\text{mechanisch}} - (1)10\text{ms bis } 10\text{s} \quad (15.3)$$

$$T_{\text{thermisch}} - 1\text{ min bis } 120\text{min} \quad (15.4)$$

Ganz andere Zeitkonstanten ergeben sich bei Leistungshalbleitern in Stromrichtern. Dort liegen die thermischen Zeitkonstanten wegen der geringen Masse der Bauelemente im ms-Bereich! Halbleiterbauelemente sind folglich kaum thermisch überlastbar.

Oft kann man sich bei der Betrachtung eines Problems auf einen Vorgang konzentrieren und darf bei der Untersuchung die anderen Erscheinungen ausklammern, weil

davon keine Einflüsse zu erwarten sind. Erfolgt ein Hochlauf eines Maschinensatzes z.B. in 10s so sind die elektromagnetischen Schaltvorgänge längst im "stationären Zustands, wogegen die thermischen Vorgänge praktisch noch gar nicht zu wirken angefangen haben. Allgemein kann man feststellen:

Bei Übergangsvorgängen brauchen nur die Einflüsse beachtet zu werden, deren Zeitkonstanten in der gleichen Größenordnung liegen, wenn die Zeitkonstanten der anderen Einflußgrößen um gut eine Größenordnung darüber oder darunter liegen, kann man sie mindestens in erster Näherung vernachlässigen.

16. Betriebsarten

ID: at-betriebsarten.tex

Verschiedene Arbeitsverfahren und verschiedene Arten von Arbeitsmaschinen belasten die antreibende elektrische Maschine auch unterschiedlich; die Anzahl der möglichen Betriebsarten ist unbegrenzt. Die VDE-Bestimmungen ordnen diese Vielfalt von verschiedenen Belastungen in ein System von neun Nennbetriebsarten – S1 bis S9 – ein, in Bild 16.1 sind die Arten zusammengestellt.

Eine richtige Auswahl und Bemessung von Antrieben wird mit Rücksicht auf die Erwärmung der Maschinen durch Einordnen in eine der folgenden Betriebsarten ermöglicht:

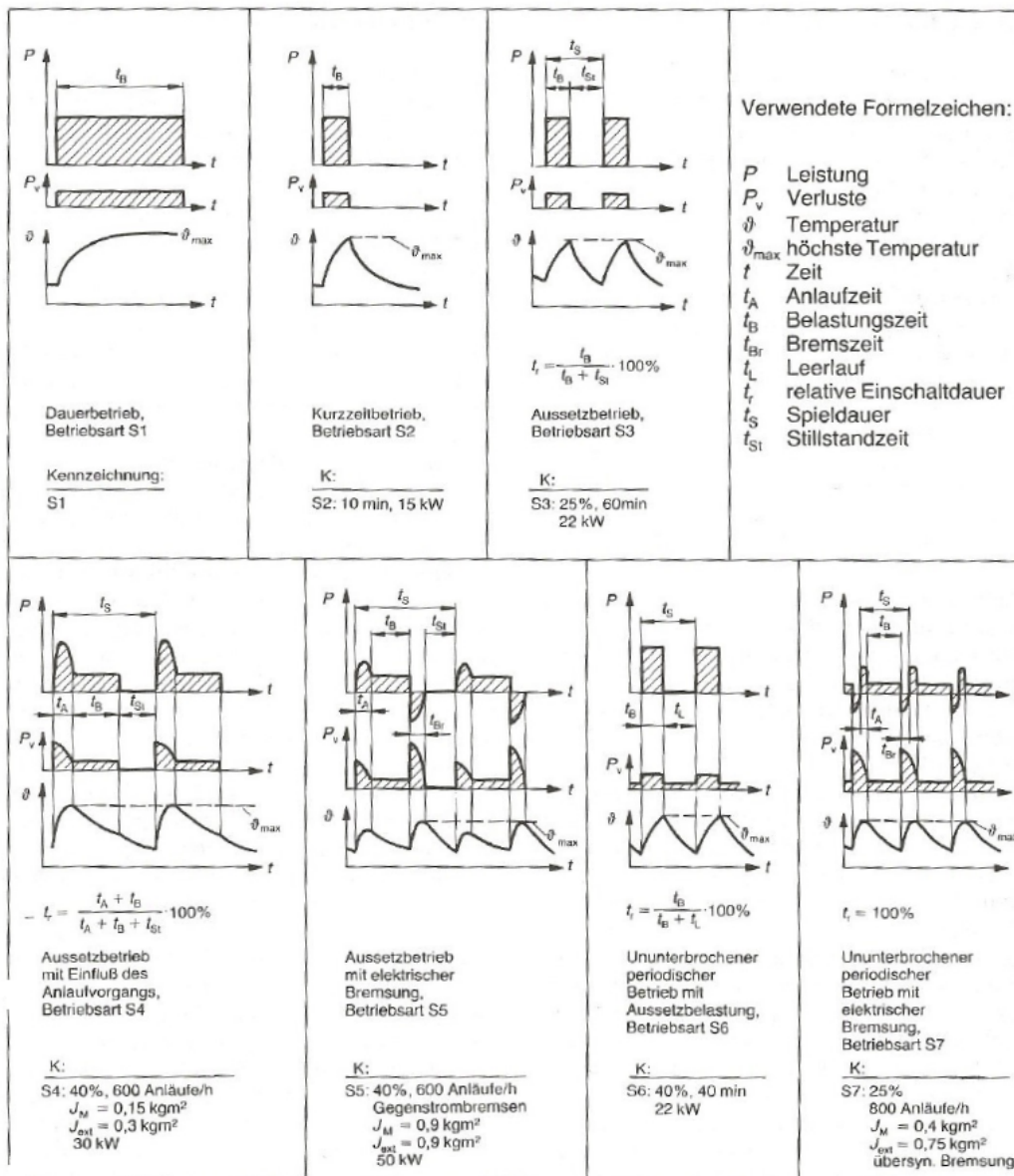
S1: Dauerbetrieb mit konstantem Belastungszustand, dessen Dauer ausreicht, den thermischen Beharrungszustand zu erreichen (Betriebsdauer t_B größer als drei thermische Zeitkonstanten T)

S2: Kurzzeitbetrieb mit konstanter Belastung, der aber nicht so lange dauert, dass der thermische Beharrungszustand erreicht wird (t_B klein gegen T). Die nachfolgende Pause, dauert so lange, bis die Maschinentemperatur nicht mehr als 2 K von der Temperatur des Kühlmittels abweicht (Pause größer $3 \cdot T$).

S3: Aussetzbetrieb ohne Einfluss des Anlaufvorgangs, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine Zeit mit konstanter Belastung und einer Pause umfasst, wobei der Anlaufstrom die Erwärmung kaum beeinflusst (t_A sehr klein gegen T) **S4: Aussetzbetrieb mit Einfluss des Anlaufvorgangs**, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche Anlaufzeit, eine Zeit mit konstanter Belastung und einer Pause umfasst. **S5: Aussetzbetrieb mit Einfluss des Anlaufvorgangs und der elektrischen Bremsung**, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche Anlaufzeit, eine Zeit mit konstanter Belastung, eine Zeit schneller elektrischer Bremsung und einer Pause umfasst.

S6: Durchlaufbetrieb mit Aussetzbelastung, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Leerlaufzeit umfasst. Es tritt keine Pause auf.

S 7: Ununterbrochener Betrieb mit Anlauf und elektrischer Bremsung, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche



ID: ./images/betriebsarten.png

Abbildung 16.1.: Betriebsarten elektrischer Maschinen (Auswahl)
(Quelle:[?])

Anlaufzeit, eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Zeit mit schneller elektrischer Bremsung umfasst. Es tritt keine Pause auf.

S8: Ununterbrochener Betrieb mit periodischer Drehzahländerung, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt; jedes dieser Spiele umfasst eine Zeit mit konstanter Belastung und bestimmter Drehzahl, anschließend eine oder mehrere Zeiten mit anderer Belastung, denen unterschiedliche Drehzahlen entsprechen.

S9: Ununterbrochener Betrieb mit nichtperiodischer Last-oder Drehzahländerung, bei dem sich i. a. Belastung und Drehzahl innerhalb des zulässigen Betriebsbereichs nichtperiodisch ändern. Bei diesem Betrieb treten häufig Belastungsspitzen auf, die weit über der Nennleistung liegen können.

In der Praxis treten die oben beschriebenen idealen Belastungsfälle außer bei Dauerbetrieb S1 kaum auf. Ein erheblicher Teil der Maschinen wird jedoch mit einer vom Dauerbetrieb abweichenden Betriebsart gefahren. Da die hierbei zu erzielende Leistungsausbeute von der Dauerbetriebsleistung erheblich abweichen kann, benötigt man zum Projektieren eine genaue Beschreibung der Betriebsart. Für den realen Lastfall kann man eine Nennbetriebsart immer so auswählen, dass sie der zeitlichen Belastung der Maschine am besten entspricht.

Bei genauer Betrachtung der Betriebsarten S2 bis S9 ist erkennbar, dass sie in zwei Gruppen unterteilt werden können:

- Betriebsarten, die gegenüber dem Dauerbetrieb S1 eine Leistungserhöhung zulassen: S2, S3 und S6
- sowie
- Betriebsarten, die gegenüber S1-Betrieb eine Leistungsreduzierung erfordern: S4, S5, S7 bis S9.

16.1. Leistungssteigernde Betriebsarten

ID: at-betriebsarten-leistungssteigerung.tex

Die in den Maschinentabellen der Hersteller genannten Leistungen gelten jeweils ohne ausdrücklichen Hinweis für Dauerbetrieb S1. Da elektrische Maschinen überlastbar sind, kann diese Mehrleistung kurzzeitig genutzt werden, ohne die zulässigen Temperaturgrenzwerte zu überschreiten. Die Maschine mit kurzzeitiger Belastung, t_B klein gegen T , erwärmt sich anders, als unter Dauerlast. Sie kann deshalb produktspezifisch höher als mit der angegebenen Listenleistung (S1) ausgenutzt werden. Dadurch ergeben sich für S2-, S3- und S6-Betrieb Leistungssteigerungen;

Bild 16.2 liefert dafür Anhaltswerte; genaue Angaben sind jedoch nur für einen bestimmten Maschinentyp (herstellerabhängig) möglich.

In 16.3 sind die Auswirkungen der Leistungssteigerung bei kurzer Belastung am Kennlinienfeld eines Hauptspindelmotors zu sehen. Die höhere Ausnutzung findet u. U. mechanische oder elektrische Grenzen, z.B. durch die Materialfestigkeit des Läufers oder durch die Kommutierungsgrenzkurve bei Gleichstrommaschinen.

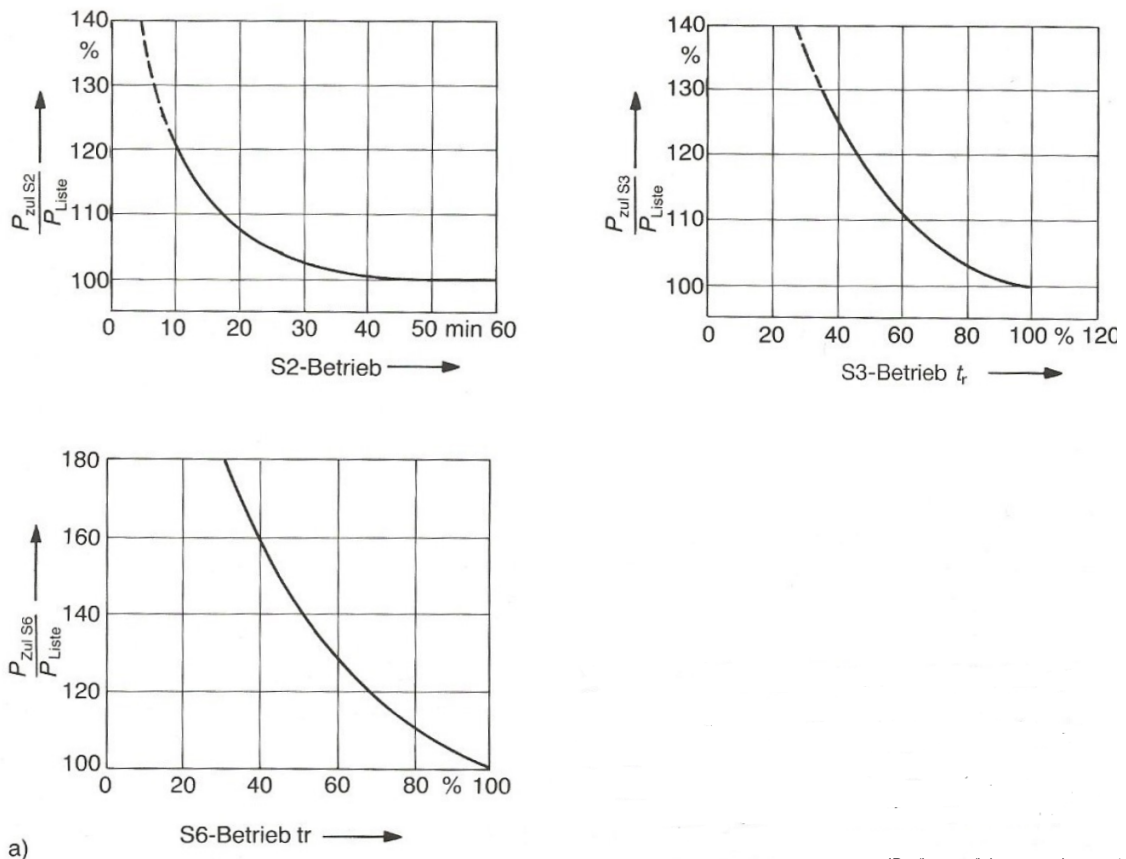


Abbildung 16.2.: Leistungssteigerung bei elektrischen Maschinen bei S2-, S3- und S6-Betrieb, herstellerabhängig (LLOYD-DYNAMO, WINKELMANN) (Quelle:[?])

ID: ./images/leistungssteigerung1.png

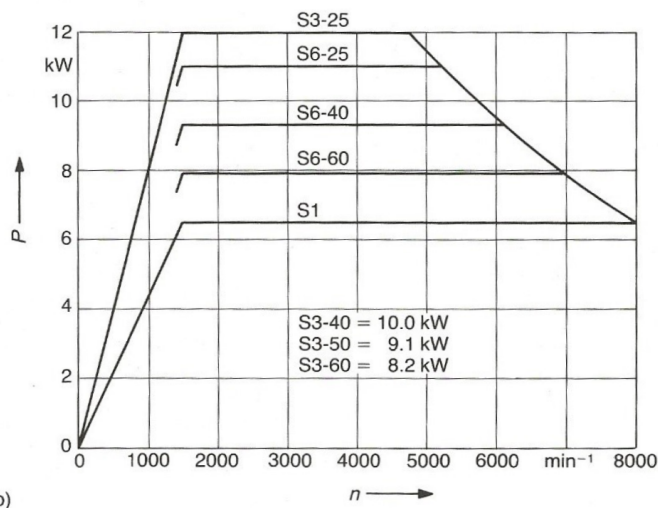


Abbildung 16.3.: Leistungssteigerung bei elektrischen Maschinen Kennlinienfeld eines Hauptspindelantriebs mit Leistungsangaben für verschiedene Betriebsarten (SIEMENS) (Quelle:[?])

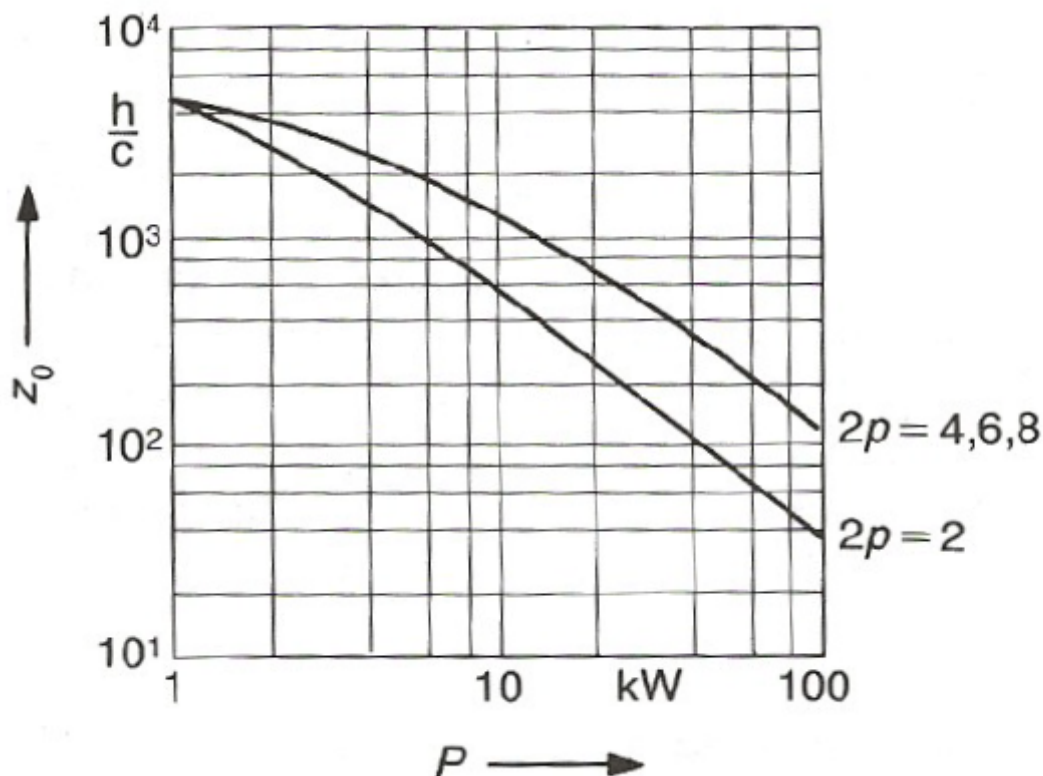
ID: ./images/leistungssteigerung2.png

16.2. Leistungsreduzierende Betriebsarten

ID: at-betriebsarten-leistungsreduktion.tex

Zur Charakterisierung der Maschinenleistung bei den Betriebsarten S_4, S_5, S_7 und S_8 wird von der Leerschalthäufigkeit z_0 ausgegangen. Die geringere Schalthäufigkeit z_{Betrieb} kann über Reduktionsfaktoren wie Trägheitsfaktor, Gegenmomentfaktor und Lastfaktor ermittelt werden.

Als Leerschalthäufigkeit z_0 - gemessen in Umschaltungen pro Stunde - bezeichnet man diejenige Schalthäufigkeit, bei der die gleiche (zulässige) Erwärmung der Maschine wie bei S1-Betrieb erreicht wird. Dabei geht man davon aus, dass die leerlaufende Maschine nur mit dem Eigenmassenträgheitsmoment I_M ohne äußere Zusatzschwungmasse J_{Zustatz} im Durchlaufbetrieb umgeschaltet wird. Einen Anhaltswert für die Größe liefert Bild ?? für Drehstrom-Asynchronmaschinen.



ID: ./images/leerschalthaeufigkeit.png

Abbildung 16.4.: Leerschalthäufigkeit z_0 bei Drehstrom- Asynchronmaschine (Anhaltswerte)

(Quelle:[?])

Die zulässige Betriebsschalthäufigkeit $z_{\text{Betr}} = z_{\text{zul(ässig)}}$ wird kleiner durch:

- angekoppelte zusätzliche Fremdmassenträgheitsmomente J_{Zus}

- beim Anlauf gegen ein Lastmoment M_L und
- bei Belastung P/P_N während der Arbeitsperiode.

Unter Berücksichtigung dieser drei Faktoren erhält man die mögliche Betriebsschalthäufigkeit zu:

$$z_{zul} = z_o \cdot k_J \cdot k_g \cdot k_L \quad (16.1)$$

mit dem Trägheitsmoment-Faktor $k_J = 1/k_J$ wird auch Trägheitsfaktor FI (Factor of inertia) genannt - für zusätzliche äußere Schwungmassen J_{zus}

$$k_J = \frac{J_M}{J_M + I_{zus}} = \frac{1}{FI} \quad (16.2)$$

dem Gegenmoment-Faktor k_g für Anlauf gegen ein Lastmoment M_L :

$$k_g = 1 - \frac{M_L}{M_M} \quad (16.3)$$

und dem Belastungs-Faktor k_L für die Belastung P :

$$k_L = 1 - \left(\frac{P}{P_N} \right)^2 \quad (16.4)$$

Hierzu sind J_M das Massenträgheitsmoment des Motors, M_M das Motormoment und P_N die Motornennleistung [3.9, 3.10]. Der Gegenmomentfaktor k_g ist nur beim Anlauf zu berücksichtigen; beim Reversieren heben sich die Belastungseinflüsse praktisch auf. In Bild 16.5 sind die Faktoren zusammengestellt.

16.3. Anlaufhäufigkeit

ID: at-anlaufhäufigkeit.tex

Bei Aussetzbetrieb mit Einfluss des Anlaufvorgangs (S4) trägt nur der Anlauf zur Erwärmung bei, während z.B. mechanisch gebremst wird. Dort wird die Leerschalthäufigkeit

Schalt- und Betriebsart	Faktor	Betriebsschaltheufigkeit z_{Betr}
Anlaufschaltungen	–	$z_{\text{Betr}} = 2,2 \text{ bis } 3,0 \cdot z_0$
Bremsschaltungen mit Gleichstrom	–	$z_{\text{Betr}} = 1,6 \cdot z_0$
Bremsschaltungen durch Gegenstrom	–	$z_{\text{Betr}} = z_0$
Zusätzliche äußere Schwungmassen	$k_J = \frac{J_M}{J_M + J_{\text{Zus}}}$	$z_{\text{Betr}} = k_J \cdot z_0$
Anlauf gegen Lastmoment	$k_g = 1 - \frac{M_L}{M_{\text{in}}}$	$z_{\text{Betr}} = k_g \cdot z_0$
Belastung während der Arbeitsperiode	$k_L = 1 - \left(\frac{P}{P_N}\right)^2$	} $z_{\text{Betr}} = k_L \cdot z_0$
Unterschiedliche Belastung bei Rechts- und Linkslauf	$k_L = \frac{t_R \cdot P_R^2 + t_L \cdot P_L^2}{(t_R + t_L) \cdot P_N^2}$	

ID: ./images/leerschalthaeufigkeit2.png

Abbildung 16.5.: Leerschalthäufigkeit z_0 bei Drehstrom- Asynchronmaschine (Anhaltswerte)

(Quelle:[?])

z_0 durch die Anlaufhäufigkeit $z_A = k \cdot z_0$ ersetzt. Dabei reduziert sich der theoretische Wert von $k = 4$ auf den praxisgerechten Wert von etwa $k = 2,5$

Die maximale Schaltheufigkeit z erhält man allgemein zu:

$$z = k_J \cdot k_g \cdot k_L \cdot z_A \quad (16.5)$$

Bild ??— zeigt die leistungsreduzierende Wirkung der Belastung. Wird $k_g > 0,5$, sollte man beim Hersteller rückfragen, ob die Erwärmung beim Anlaufvorgang zulässig ist. Durch Einsatz höherer Isolierstoffklassen kann die Leerschalthäufigkeit z_0 erhöht werden.

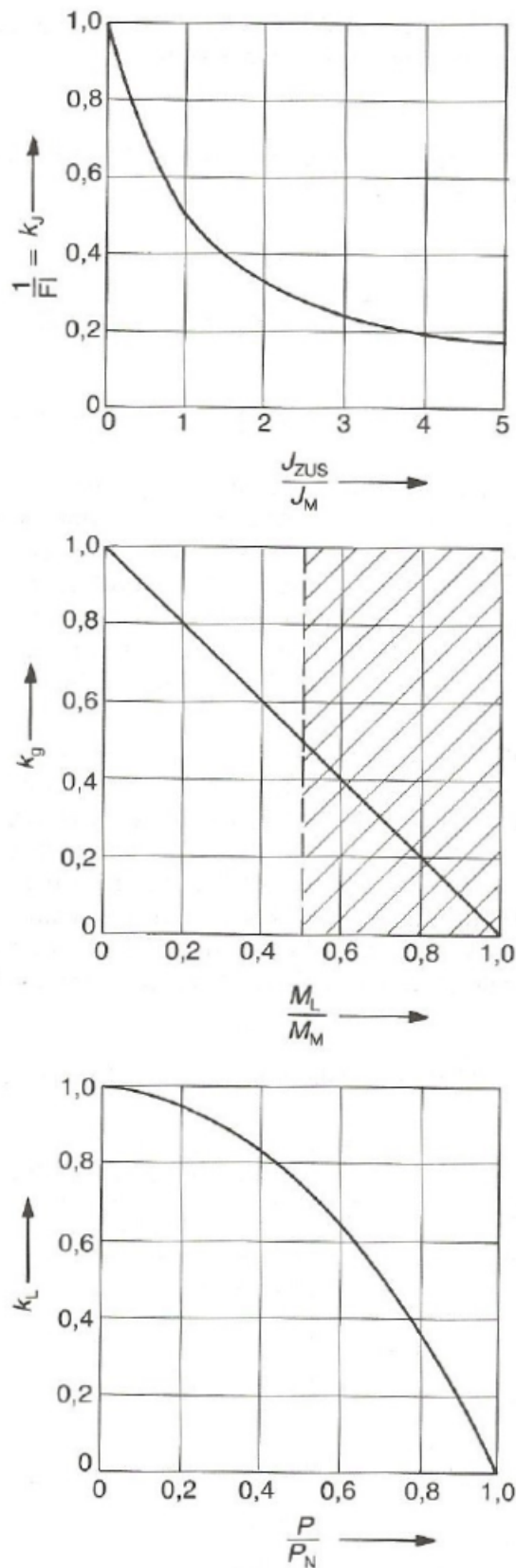


Abbildung 16.6.: Leistungs-Reduktion abhängig von den Faktoren k_I , k_g und k_L (Quelle:[?]) ID: ./images/leistungsreduktion.png

17. Äquivalente Belastung (mittlere Belastung)

ID: at-mittlere-belastung.tex

Die Endübertemperatur einer Maschine hängt nach **TODO: Gl. 3.7** von den Verlusten und somit in erster Näherung vom Quadrat des Maschinenstroms ab. Geht man davon aus, dass der für den konkreten Lastfall ermittelte äquivalente Strom gleich - oder kleiner - dem Nennstrom der ausgewählten Maschine ist, so erhält man eine Bemessungsgrundlage für die Auswahl der Maschine bei komplizierten Lastverläufen. Der Betrieb ist thermisch zulässig, wenn die ermittelte äquivalente Belastung der Maschine unter der Nennlast liegt. Bleibt noch zu prüfen, ob die elektrischen Überlastungseigenschaften der Maschine den Betrieb erlauben. Bild ?? — zeigt einen allgemeinen Lastfall, den äquivalenten Strom erhält man allgemein zu:

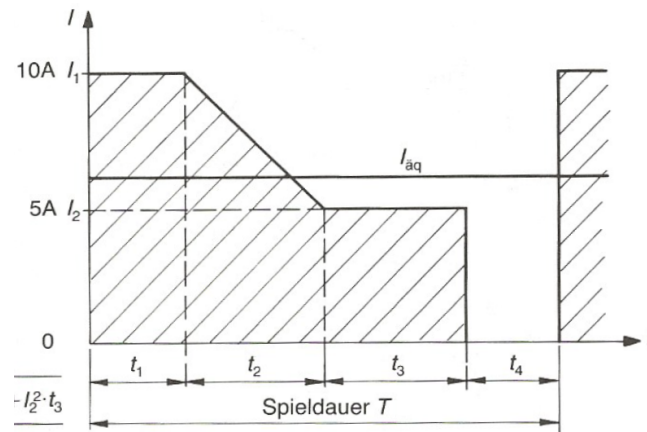
$$I_{\text{äq}} = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + \dots + I_\nu^2 \cdot t_\nu}{t_1 + t_2 + \dots + t_\nu}} \quad (17.1)$$

mit den abschnittsweise konstanten Stromwerten I_1, I_2, \dots, I_ν und den Teilzeiten t_1, t_2, \dots, t_ν . Häufig sind in der Praxis Momenten- oder Leistungsdiagramme gegeben. Daraus lassen sich gleichfalls äquivalente Drehmomente $M_{\text{äq}}$ und äquivalente Leistungen $P_{\text{äq}}$ ermitteln. Dabei geht man beim Drehmoment von Maschinen mit konstantem magnetischen Fluss ($M \sim \Phi \cdot I$) und von konstanter Winkelgeschwindigkeit ω ($P = \omega \cdot M$) aus. Entsprechend Gl.17.1 erhält man das äquivalente Drehmoment zu:

$$M_{\text{äq}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + \dots + M_\nu^2 \cdot t_\nu}{t_1 + t_2 + \dots + t_\nu}} \quad (17.2)$$

und die äquivalente Leistung zu:

$$l_{\text{äq}} = \sqrt{\frac{l_1 \cdot 2 \cdot t_1 + \frac{1}{3} \cdot (l_1^2 + l_1 \cdot l_2 + l_2^2) \cdot t_2 + l_2^2 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} \quad (17.3)$$



ID: ./images/fahrdiagramm.png

Abbildung 17.1.: Ermittlung des äquivalenten Stroms aus den abschnittsweise konstanten bzw. sich linear ändernden Stromwerten der Einzelabschnitte für einen gegebenen Lastfall.

(Quelle:[?])

Beispiel:Ermittle I_{aq} entsprechend Bild 17.1 mit folgenden Werten:Mit dem abschnittsweise konstanten Stromwert: $I_1 = 10\text{A}$, $t_1 = 20\text{s}$ dem linear fallenden Stromwert: von I_1 auf I_2 ; $t_2 = 30\text{s}$ und dem abschnittsweise konstanten Stromwert: $I_2 = 5\text{A}$; $t_3 = 30\text{s}$ Sowie der Pausenzeit: $t_4 = 20\text{s}$

$$I_{aq} = \sqrt{\frac{I_1 \cdot 2 \cdot t_1 + \frac{1}{3} \cdot (I_1^2 + I_1 \cdot I_2 + I_2^2) \cdot t_2 + I_2^2 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}}$$

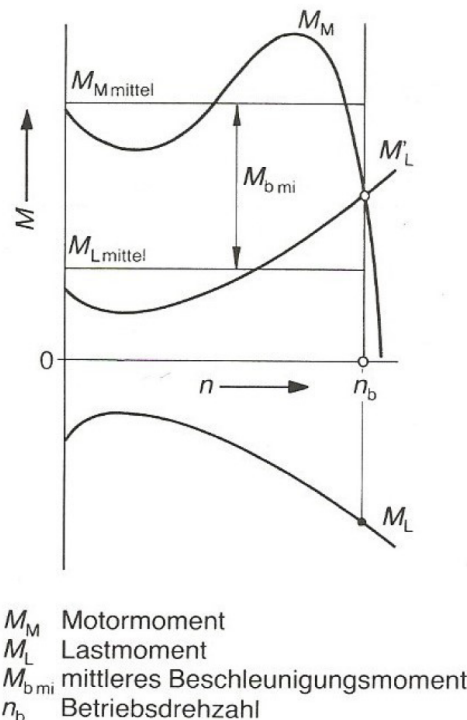
Mit den Zahlenwerten erhält man:

$$I_{aq} = \sqrt{45\text{A}} = 6,7\text{A}$$

18. mechanische Übergangsvorgänge

ID: at-mech-uebergangsvorgaenge.tex

Drehzahlveränderliche Antriebe laufen nur selten längere Zeit mit einer festen Drehzahl. Sie werden oft hochgefahren oder abgebremst, damit der Arbeitsmaschine optimaler Betrieb ermöglicht wird. Zur Beurteilung, ob eine Maschine im Motorbetrieb mit der Arbeitsmaschine hochlaufen, oder im Generatorbetrieb die Arbeitsmaschine abbremsen kann, gehört die Ermittlung der Anlauf- oder Bremszeit. Wegen der üblichen regelungstechnischen Begrenzung der Drehmomente kann hierbei vereinfachend mit konstanten Maschinendrehmomenten gerechnet werden. Mindestens für Überschlagerrechnungen wird man auch die Lastmomente durch mittlere Momente ersetzen (siehe Bild 18.1).



ID: ./images/beschleunigendes-drehmoment.png

Abbildung 18.1.: Ermittlung des beschleunigenden Drehmoments $M_{b\,mi}$ aus den mittleren Drehmomenten von Motor M_M und Last M_L für den Hochlauf eines Antriebs bis zur Betriebsdrehzahl n_b (t_{Ho} : Hochlaufzeit)
(Quelle:[?])

Aus der Differenz der drehzahlabhängigen Drehmomente erhält man allgemein das beschleunigende Drehmoment $M_b = \text{konstant}$. Die Hochlaufzeit t_{Ho} bis ω_e errechnet sich aus:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = \Sigma (M_b(\omega)) = M_M(\omega) + M_L(\omega) \quad (18.1)$$

zu

$$t_{Ho} = \frac{I \cdot \omega_e}{M_b} \quad (18.2)$$

Die Bremszeit t_{Bo} erhält man sinngemäß mit der Winkelgeschwindigkeit zum Anfang ω_a zu:

$$t_B = \frac{I \cdot \omega_a}{M_b}$$

Ist der Verlauf der Arbeitsmaschinenmomente nicht konstant, so ist bei der Berechnung von t_{Ho} und t_B für das □ Kalandermoment ($M \sim \omega$) $M_L = 0,5 \cdot M_N$ und für das □ Lüftermoment ($M \sim \omega^2$) $M_L = 0,33 \cdot M_N$ einzusetzen. Das mittlere Lastmoment bei Wicklern muß man grafisch ermitteln (Bild 18.2)

Anhaltswerte für Leerhochlaufzeiten t_{Ho}

$$t_{Ho} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_b \cdot J}{M_{bmi}} \quad (18.3)$$

von Drehstrom-Asynchronmaschinen zeigt Bild 18.3

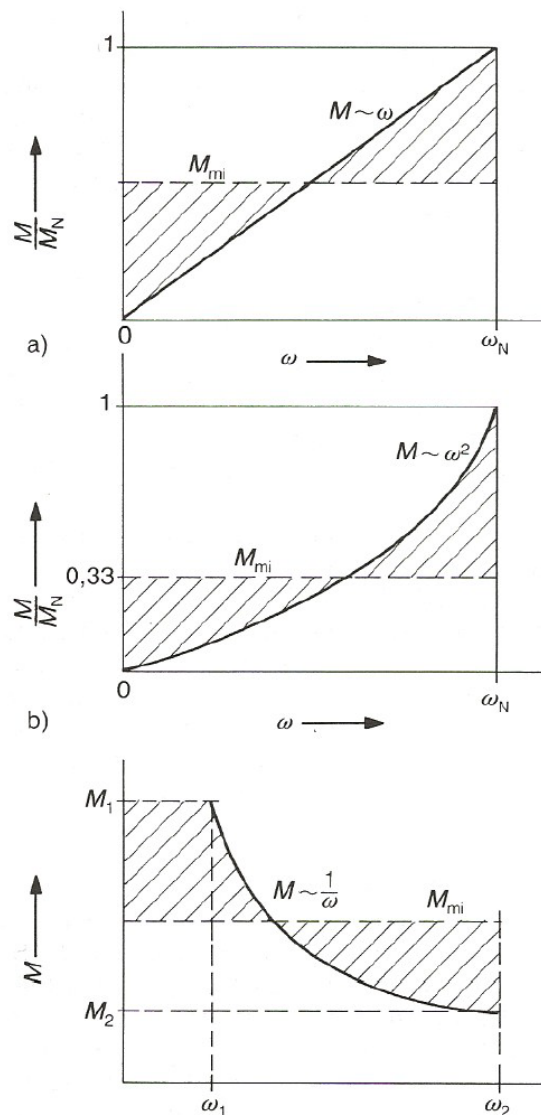
18.1. Getriebeeinfluss

ID: at-getriebeeinfluss.tex

Sind Getriebe dazwischengeschaltet, müssen die Drehmomente und Massenträgheitsmomente zur Berechnung auf die Maschinenwelle reduziert werden. Der Drehmomentbedarf erhöht sich wegen des Getriebewirkungsgrades η_G auf:

$$M_M = \frac{M_L \cdot \omega_L}{\eta_G \cdot \omega_M} \quad (18.4)$$

Richtwerte für die Getriebewirkungsgrade zeigt Bild ??———. Daraus kann man auch entnehmen, dass außer bei Schneckengetrieben der Wirkungsgrad bei Überschlagsrechnungen unberücksichtigt bleiben darf, ohne dass große Fehler zu erwarten sind. Treibt die Arbeitsmaschine, z. B. beim Bremsen, die elektrische Maschine



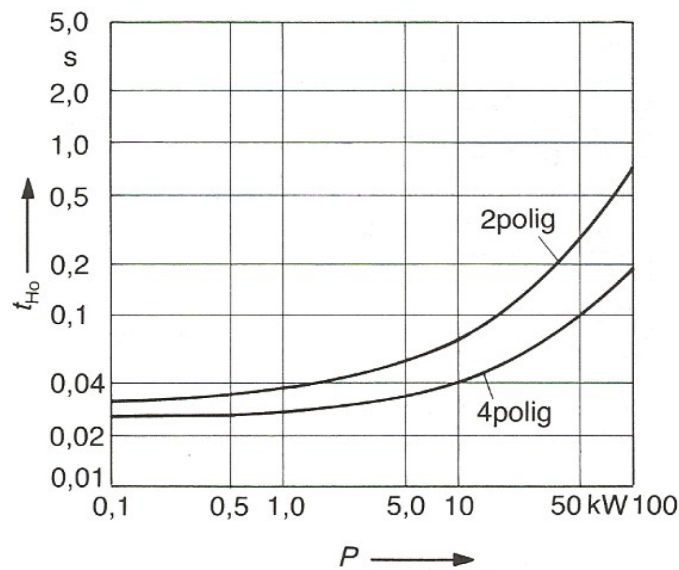
ID: ./images/wirksame-drehmomente.png

Abbildung 18.2.: Ermittlung der wirksamen mittleren Drehmomente bei der Kalender- (a), Lüfter- (b) und Wicklercharakteristik (c) (Quelle:[?])

(Generator) an, so ist das treibende Moment an der elektrischen Maschine wegen des Wirkungsgrades des Getriebes kleiner:

$$M_M = \eta_G \cdot M_L$$

Geringste Hochlaufzeiten sind zu erwarten, wenn das Übersetzungsverhältnis $i = n_{\text{Antrieb}} / n_{\text{Abtrieb}}$ optimal zu:



ID: ./images/leerlaufhochlaufdauer.png

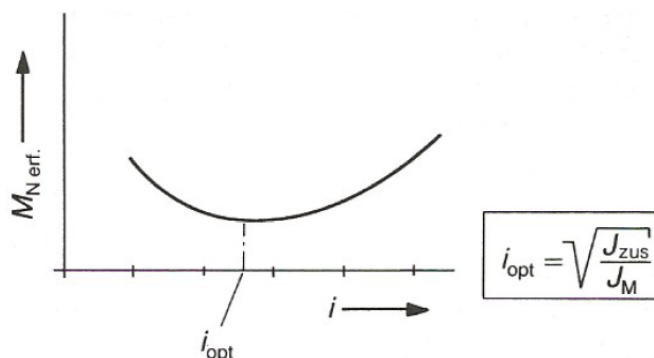
Abbildung 18.3.: Anhaltswerte für die Leerhochlaufdauer t_{H_0} von Drehstrom-Asynchronmaschinen

Bei 6poligen Motoren ist die Leeranlaufzeit etwa gleich der der 4poligen, bei 8poligen Motoren sind die Zeiten etwa $2/3$ so groß.

(Quelle:[?])

$$i = \sqrt{\frac{I_{ZUS}}{I_M}} \quad (18.5)$$

gewählt wird. Das Minimum verläuft allerdings sehr flach, so dass bei kleinen Abweichungen keine großen Fehler gemacht werden (Bild 18.4).



ID: ./images/getriebeuebersetzung1.png

Abbildung 18.4.: Verlauf der Getriebeübersetzung $i_{optimal}$ abhängig vom Massenträgheitsmomenten-Verhältnis J_{ZUS} / J_M ; $M_{Nerf.}$ ist das erforderl. Moment

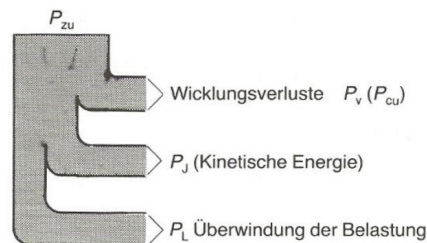
(Quelle:[?])

Manche Antriebe laufen gegen kein oder nur gegen ein sehr geringes (vernachlässigbares) Lastmoment an. Dies sind die Beschleunigungsantriebe, wie z. B. beim Schleifstein oder einer Zentrifuge. Dort spricht man auch von einem Leeranlauf. Dabei entspricht das Maschinendrehmoment voll dem beschleunigenden Moment $M_b = M_M$

19. Energieumsatz

ID: at-energieumsatz.tex

Beim Hochlauf eines Maschinenaggregates wird aus dem Netz Leistung entnommen und der elektrischen Maschine zugeführt. Diese Leistung teilt sich während des Hochlaufs folgendermaßen auf (Bild 19.1):



ID: ./images/leistungsaufteilung.png

Abbildung 19.1.: Aufteilung der einem Antrieb zugeführten Leistung (Prinzip)
(Quelle:[?])

- Leistung zur Deckung der (Wicklungs-)Verluste (Reibung usw. wird vernachlässigt, oder zur Belastung addiert),
- Leistung zur Aufladung des Massenträgheitsmomentes (Speicherung als kinetische Energie, die durch das dynamische Moment bestimmt ist $P_I = M_J \cdot \omega$ und
- Leistung zur Überwindung der Belastung $P_L = M_L \cdot \omega$

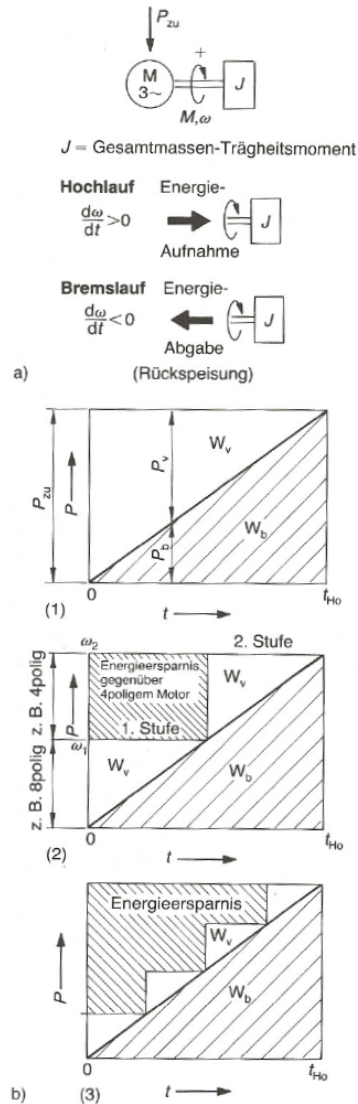
19.1. Leerhochlauf

ID: at-leerhochlauf.tex

Bei einem reinen Leerhochlauf - Beschleunigungshochlauf - ist die Verlustarbeit praktisch so groß wie die Beschleunigungsarbeit. Diese entspricht der am Schluss des Hochlaufs im Trägheitsmoment gespeicherten kinetischen Energie (Bild 19.2). Die kinetische Energie erhält man zu:

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \quad (19.1)$$

Die Verlustarbeit erwärmt die Läuferwicklung der Maschine. Bei reinem Beschleunigungshochlauf ist sie theoretisch unabhängig von Läuferbauart, Beschleunigungsmoment, Drehmomentcharakteristik und Hochlaufzeit.



ID: ./images/leerhochlauf.png

Abbildung 19.2.: Energiebetrachtungen beim Leerhochlauf

a) Antriebssystem (Beschleunigungsantrieb) beim Leerhochlauf und Bremslauf

b) Nutz- und Läuferverlustarbeit (W) als Flächen bei konstantem Beschleunigungsmoment beim Anlauf bis t_{Ho} mit einer Drehzahl (1), beim zweistufigen Anlauf (2), z. B. mit polumschaltbarem Motor (8/4 polig), und beim vierstufigen Anlauf (3)

P_{zu} zugeführte Leistung

P_b Beschleunigungsleistung (P_J)

P_v Läuferverlustleistung

(Quelle:[?])

Bild 19.2b zeigt für den Idealfall die Aufteilung von Beschleunigungsarbeit W_b und Verlustarbeit W_v für einen Hochlauf in der Zeit t_{Ho} unter der Annahme konstanten Drehmoments. Dabei ergibt die konstante zugeführte Leistung $P_{zu} = M \cdot \omega$ über der Zeit aufgetragen ein Rechteck. Die Arbeit zur Überwindung der Belastung entfällt.

19.2. gestufter Hochlauf

ID: at-gestuffer-hochlauf.tex

Wird der Hochlauf in Stufen unterteilt, ergibt sich eine Möglichkeit zum Energiesparen durch Herabsetzen der Hochlaufverluste. Für den Hochlauf in zwei Stufen gilt:

1. Stufe: Anlauf bis zur Winkelgeschwindigkeit ω_1 und
2. Stufe: Hochlauf bis zur Endwinkelgeschwindigkeit ω_2 .

Durch Veränderung der zugeführten Leistung, über die Halbierung der Winkelgeschwindigkeit, ändern sich auch die Verluste: die halbe Verlustarbeit wird theoretisch gespart, wie Bild 19.2b(2) zeigt. Ein solcher 2 stufiger Hochlauf lässt sich z.B. durch polumschaltbare Asynchronmaschinen realisieren (klassische Variante!).

19.3. Energieeinsparung

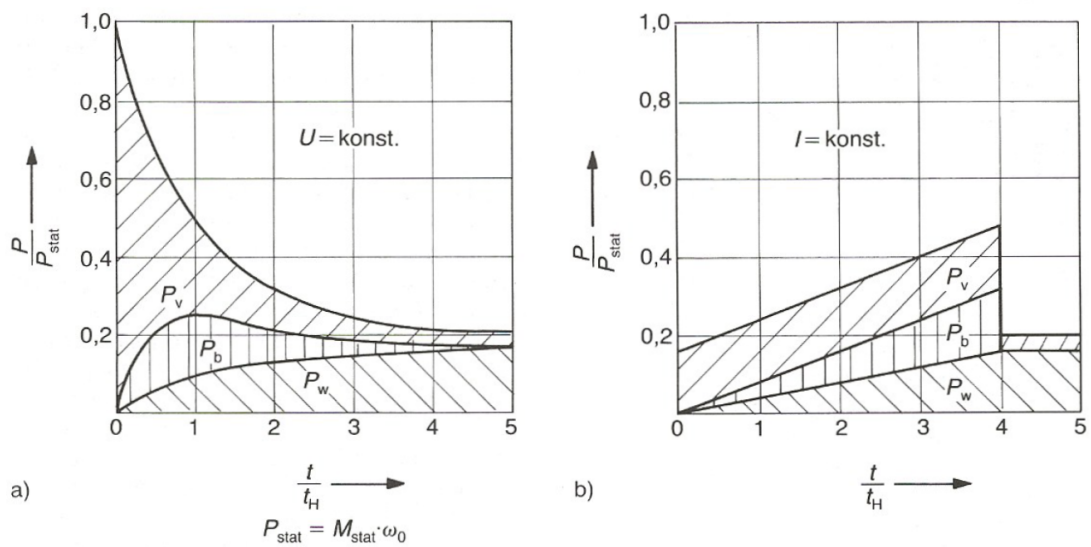
ID: at-energieeinsparung.tex

Durch einen gestuften Hochlauf ergibt sich eine Möglichkeit zum Energiesparen durch Mindern der Hochlaufverluste. Bei stufenweiser Änderung sind die Verluste umgekehrt proportional der Zahl der Stufen m . Im Grenzfall vieler kleiner Stufen m ergibt sich als Grenzwert der geführte Hochlauf, bei dem die Verlustarbeit verschwindet (Bild 19.2b(3)). In der Praxis wird dies bei Gleichstromantrieben durch geführten Hochlauf über die Spannungseinstellung und bei Drehstromantrieben über den geführten Frequenzanlauf erreicht. Natürlich treten bei einem realen Anlauf Verluste, z.B. durch das Reibungsmoment usw., auf.

19.4. Lasthochlauf

ID: at-lasthochlauf.tex

Bei einem Lastanlauf ist zusätzlich noch Energie für die Belastung aufzubringen, wodurch auch die Maschine stärker belastet wird. Bild 19.3 zeigt die Verhältnisse bei einem Anlauf gegen ein Lastmoment im Vergleich zwischen Anlauf mit konstanter Betriebsspannung U und für Konstantstromregelung mit $M_b = \text{konstant}$



ID: ./images/lasthochlauf.png

Abbildung 19.3.: Lasthochlauf im Vergleich
 a) an konstanter Betriebsspannung
 b) mit Konstantstrom (stromgeregelt)
 (Quelle:[?])

20. Wachstumsgesetze

ID: at-wachstumsgesetze.tex

Maschinen und mechanische Konstruktionen fallen allgemein sehr verschieden aus. Für den Projektant ist es jedoch interessant zu wissen, wie sich bei unveränderten äußeren Daten die inneren Parameter einer Maschine oder Konstruktion mit der Baugröße ändern. Untersucht man so - unter der Voraussetzung konstanter elektromagnetischer oder mechanischer Beanspruchungen - die Abhängigkeit der Parameter von wachsenden Abmessungen L so erhält man die sogenannten Wachstumsgesetze. Unter der Annahme konstanter Induktion B und konstanter Stromdichte S ergeben sich die in Bild ?? aufgeführten Ausdrücke. Man erkennt dort z. B., dass der Wirkungsgrad η mit der Maschinengröße wächst, ebenso wie das Massenträgheitsmoment I und die Leerhochlaufzeit t_{Ho} . Da die Verluste stärker steigen als die kühlende Oberfläche, sieht man, dass größere Maschinen stärker gekühlt werden müssen usw. Wenngleich die Ergebnisse nicht auf alle Daten direkt passen, liefern sie in der Tendenz richtige Werte, wie z. B. die Kurven der Bilder 18.3 zeigen. Mit den in diesem Kapitel gegebenen Berechnungsmöglichkeiten lassen sich nahezu alle anfallenden Antriebsaufgaben im betrachteten Leistungsbereich lösen.

Leistung:	$P = U \cdot I$ $I \sim S \sim L^2$ $U: \Phi = B \cdot A \sim L^2$ } L^4 $L \sim \sqrt[4]{P}$
Drehmoment:	$M = k \cdot \Phi \cdot I \sim L^4$
Verluste:	$P_v = R \cdot I^2$ $I \sim L^2$ $R \sim 1/L$ } $L^4/L \sim L^3$
Wirkungsgrad:	$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{zu} - P_v}{P_{zu}} = 1 - \frac{P_v}{P_{zu}} = 1 - \frac{1}{L}$
Oberfläche: Wärmeabgabe	$A = L \cdot L \sim L^2$
Endtemperatur:	$\vartheta = \frac{P_v}{\alpha \cdot A} \sim \frac{L^3}{L^2} \sim L$ A : Fläche α : Wärmeabgabekoeffizient
Gewicht/Preis:	$\sim L^3$
Masse:	$m \sim L^3$
Massenträgheitsmoment:	$J = \int r^2 \cdot dm \sim L^2 \cdot L^3 \sim L^5$
Federzahl:	$D \sim L \cdot \frac{E \cdot A}{l}$
Drehfederzahl:	$D' \sim L^3$
Eigenfrequenz:	$f \sim 1/L \sim \sqrt{\frac{D}{J}} = \sqrt{\frac{D}{m}}$
Hochlaufzeit:	$t_{Ho} \sim L \sim \frac{J}{M}$
rel. Magnetisierungsblindleistung:	$rQ \sim 1/L$

ID: ./images/wachstumsgesetze.png

Abbildung 20.1.: Wachstumsgesetze
(Quelle:[?])

21. Elektrische Ausrüstung von Maschinen

21.1. Notwendige elektrische Ausrüstung von Maschinen

21.2. Schutz

22. nationale und internationale Normen und Vorschriften

23. Verluste, Kühlung

23.1. Verluste

23.2. Kühlung

24. Leistungsschildangaben

Teil IV.

3.Jahrgang, Sommersemester

25. Überblick über el. Maschinen

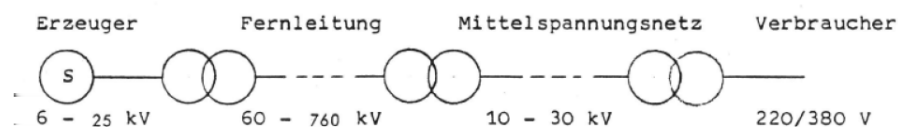
ID: trafo.contents.tex

26. Trafo

ID: at-ueberblick.tex

Im folgenden Kapitel werden ausschließlich Trafos für den Energietechnikbereich betrachtet. Es wird nicht auf die Besonderheiten von Klein- und Hochfrequenztrafos eingegangen („Elektroniktrafos“).

Transformatoren dienen vielfach zur Spannungswandlung in Energieversorgungsanlagen und in technischen Geräten. Die Energieübertragung über große Entfernungen erfordert im Hinblick auf geringe Verluste hohe Spannungen, allerdings mit den entsprechenden Sicherheitsproblemen. Deshalb wird innerhalb von Siedlungen oder bei kurzen Entfernungen das Mittelspannungsnetz mit geringeren Spannungen eingesetzt. Zwischen Quelle (Kraftwerk) und Verbraucher wird die Energie durchschnittlich 3x umgespannt (siehe Bild 26.1). Somit wird deutlich, dass bei Trafos hohes Augenmerk auf den Wirkungsgrad zu legen ist. Werte von 99,9% sind hier durchaus nicht selten zu finden.



ID: images/versorgungskette

Abbildung 26.1.: Versorgungsstrecke Erzeuger - Verbraucher
(Quelle:[])

Eingesetzt wird der Transformator zu Umsetzung und Anpassung von Wechselspannungen (Drehspannungen).

26.1. Grundlagen und Wirkungsweise

ID: at-grundlagen.tex

Der Transformator verbindet Einphasen- und Mehrphasenwechselspannungsnetze gleicher Frequenz, aber mit meist unterschiedlicher Spannung. Die Kopplung der beiden Netze erfolgt mit Hilfe des magnetischen Feldes, so dass mit der Ausnahme von Spartransformatoren auch stets eine galvanische Trennung der Netze vorliegt. Daraus ergeben sich folgende Anwendungsbereiche:

- Spannungsanpassung und Änderung auf dem Wege vom Erzeuger zum Verbraucher
- Lastsymmetrierung im Drehstromnetz
- Galvanische Trennung von Netzen
- Einsatz als Stromwandler oder Spannungswandler

Es wird zunächst der Einphasentransformator behandelt, der Drehstromtransformator wird später auf den Einphasentransformator zurückgeführt. Zur Beschreibung der Funktionsweise benötigt man das Induktionsgesetz und das Durchflutungsgesetz.

typischerweise besteht ein Transformator aus einem magnetischen Kreis, welcher als Transformator Kern bezeichnet wird und mindestens zwei stromdurchflossene Wicklungen hat. Die der elektrischen Energiequelle zugewandte Wicklung wird als Primärseite bezeichnet. Diejenige, an welcher sich die elektrische Last befindet, wird als Sekundärseite bezeichnet.

Die Wirkungsweise lässt sich durch die folgenden Mechanismen beschreiben:

- Eine Wechselspannung auf der Primärseite des Transformators bewirkt entsprechend dem Induktionsgesetz einen wechselnden magnetischen Fluss im Kern. Der wechselnde magnetische Fluss wiederum induziert auf der Sekundärseite des Transformators eine Spannung (Spannungstransformation).
- Ein Wechselstrom in der Sekundärwicklung bewirkt dem Ampere'schen Gesetz entsprechend einen Wechselstrom in der Primärwicklung (Stromtransformation).

Bei niedriger Wechselstromfrequenz wird ein Eisenkern aus einem ferromagnetischen Material hoher Permeabilität verwendet. Damit können gegenüber Transformatoren ohne Eisenkern hohe magnetische Wechselflussdichten und damit eine wesentlich höhere Windungsspannung erzielt werden, was gewährleistet, dass die übertragbare Leistung groß ist im Vergleich zur Verlustleistung, die durch den ohmschen Widerstand in den Wicklungen entsteht. Einfach ausgedrückt, benötigt ein Transformator mit Eisenkern wesentlich weniger Windungen auf den Wicklungen als ein Trafo ohne Eisenkern. Der zum Aufbau des magnetischen Feldes benötigte Strom heißt Magnetisierungsstrom.

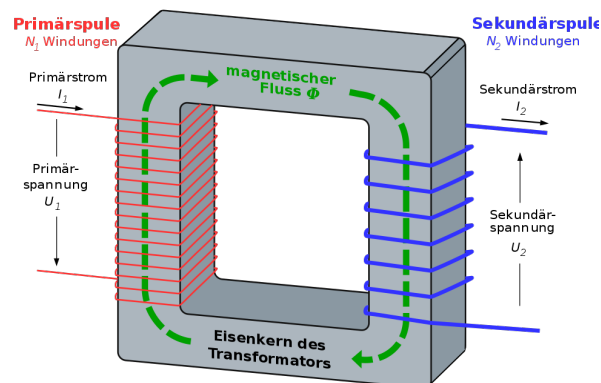
26.1.1. Aufbau des Transformators

ID: at-aufbau.tex

Aufgebaut wird ein Trafo mit zwei Spulen mit den Windungszahlen N_1 und N_2 und deren Induktivitäten L_1 und L_2 werden durch ein Eisenjoch miteinander verbunden. (siehe Abb.26.2)

→ **gegenseitige Induktion.**

Wegen des hohen magnetischen Permeabilität des Eisen durchläuft fast der gesamte magnet. Fluss durch beide Spulen.



ID: images/transformator.png

Abbildung 26.2.: Prinzipskizze eines Transformators
(Quelle:[?])

26.1.2. Induktionsgesetz

ID: at-induktionsgesetz.tex

Durchsetzt ein sich zeitlich ändernder Fluss $\Phi(t)$ eine Leiterschleife mit N Windungen, so wird in dieser eine Spannung induziert. Wird der Fluss einem Strom in der Leiterschleife im Sinne einer Rechtsschraube zugeordnet und verwendet man dann das Erzeugerpeilsystem (EPS), so ist die erzeugte Spannung die induzierte Spannung.

$$u_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \dots \text{induzierte Spannung} \quad (26.1)$$

Für den Trafo nach Bild 26.2 ergeben sich somit die induzierten Spannungen:

$$U_{1,ind} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - L_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (26.2)$$

$$U_{2,ind} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (26.3)$$

Für den unbelasteten (idealen, streuflusslosen) Trafo erhält man somit

Spannungsübersetzungsverhältnis

$$\underline{u} = \frac{U_1}{U_2} = -\frac{N_1}{N_2}$$

bzw. mit umgekehrtem Vorzeichen, wenn die Spulen gegensinnig gewickelt wurden

Für sinusförmige Größen lassen sich die Spannungsgleichungen auch in komplexer Schreibweise darstellen:

$$\underline{U}_1 = j\omega N_1 \underline{\Phi} \quad (26.4)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega N_2 \underline{\Phi} \quad (26.5)$$

26.1.3. Durchflutungsgesetz

ID: at-durchflutungsgesetz.tex

Zur Erzeugung von $\Phi(t)$ bedarf es einer Durchflutung $\Theta_\mu(t)$, die der in Abb. 26.2 eingezeichneten Kern-Kontur und dem gewählten Umlaufsinn rechtsgängig zuzuordnen ist.

$$\Theta_\mu = I_1 \cdot N_1 - I_2 \cdot N_2 \quad (26.6)$$

Die Größe von $\Theta_\mu(t)$ wird durch den von der Spannung vorgegebenen Fluss und dem magnetischen Widerstand des magnetischen Kreises vorgegeben. Setzt man näherungsweise den magnetischen Widerstand des Eisenkreises als konstant an, so darf man auch als Zeiger schreiben:

Durchflutungssatz

$$\underline{\Theta}_\mu = \underline{I}_1 \cdot N_1 - \underline{I}_2 \cdot N_2 \quad (26.7)$$

Die gewählten Bezugssinne in Verbindung mit den Wickelsinnen ergeben bei einem Eisenkreis mit $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ und damit $\Theta_1 \mu \rightarrow 0$ gleichphasige Ströme. In der Praxis weichen die Phasenlagen jedoch wegen der benötigten Durchflutung geringfügig voneinander ab. Bei Nennstrom ist $\Theta_1 \mu \approx (1..3)\%$ von $N_1 I_1$, mit kleineren Werten bei wachsender Nennleistung.

26.1.4. Übersetzungsverhältnisse (Trafogleichungen)

ID: at-uebersetzung.tex

Aus den Spannungsgleichungen ergibt sich das Spannungsübersetzungsverhältnis \ddot{u} , auch einfach Übersetzungsverhältnis genannt:

Spannungsübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Das Windungsverhältnis (turns ratio) ergibt sich aus dem Verhältnis der Windungszahl N_1 auf der Primärseite und der Windungszahl N_2 auf der Sekundärseite.

Bei einem realen Transformator ist dieses im Leerlauf, also bei $I_2 \approx 0$ hinreichend exakt erfüllt. Im Betrieb können Abweichungen von typischerweise bis zu 6% auftreten.

Aus der Durchflutung erhält man für $\Theta_\mu \rightarrow 0$ das Stromübersetzungsverhältnis

Stromübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u}_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Dieses Gesetz ist im Kurzschluss hinreichend genau erfüllt. Bei Nennstrom gibt es Abweichungen bis zu 3%. Im Leerlauf ist es ungültig. Für die weiteren Betrachtungen wird ausschließlich das Spannungsübersetzungsverhältnis verwendet.

Entsprechend dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik erhält man

Impedanzübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u}_Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2^2}{N_1^2}$$

Bei einem idealen Transformator verhalten sich die auf die Primärseite transformierte sekundäre Belastung und die sekundäre Belastung wie die Quadrate der Windungszahlen.

26.1.4.1. Transformatorenhauptgleichung

ID: at-hautgleichung.tex

Aus dem Induktionsgesetz folgt für sinusförmige Spannungen die als Transformatorenhauptgleichung bezeichnete Beziehung:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot B_{\text{max}} \cdot A \cdot f \cdot N \approx 4,44 \cdot B_{\text{max}} \cdot A \cdot f \cdot N \quad (26.8)$$

Dabei ist U_{eff} der Effektivwert der Spannung, B_{max} die maximale magnetische Flussdichte im Kern, A die Querschnittsfläche des Transformatorkernelns f die Frequenz und N die Windungszahl.

Bei nicht-sinusförmigen Wechselspannungen ist die Konstante $\sqrt{2} \cdot \pi$ durch andere Werte zu ersetzen; etwa für Rechteckspannung durch 4 und für Dreieckspannung durch 4,62

26.1.5. Bauformen

ID: at-bauformen.tex

Der Trafo besteht aus zwei Hauptbauteilen:

- Wicklungen zur Stromführung
- Eisen zur Flussführung

Die Oberspannungswicklung (OS) ist die Wicklung mit der höheren Spannung, die mit der niedrigeren Spannung heißt Unterspannungswicklung (US). Die Begriffe Primärwicklung und Sekundärwicklung kennzeichnen die Energieflussrichtung (Primär → Sekundär). Das Kettenpfeilsystem wird so angewendet, dass die OS-Wicklung im Verbraucherpfeilsystem, die US-Wicklung im Erzeugerpfeilsystem dargestellt wird. Bei Drehstromtransformatoren gibt es auch Ausgleichwicklungen zur Lastsymmetrierung.

Im Energiebereich gibt es Öltransformatoren und Trockentransformatoren:

- Bei den Öltransformatoren sind Spulen und Eisen in einer Wanne, vollständig in Öl getaucht. Das Öl dient gleichzeitig als Isolier- und Kühlmittel. Nur ölverträgliche Stoffe dürfen verwendet werden, z.B. Papier und Pressspan als Isolierung und getrocknetes Buchenholz als Konstruktionsmaterial
- Bei Trockentransformatoren wird die Isolation wie bei einer rotierenden Maschine aus festen Isolierstoffen und Tränkharz aufgebaut

Die Wicklungen sind in der Regel aus Kupfer als Zylinderspulen hergestellt. Die kreisförmige Anordnung ergibt geringe Wicklungslängen (→ Verluste, Wirkungsgrad) bei größter umfasster Eisenfläche. Außerdem können kreisförmige Spulen besser die im Kurzschluss auftretenden großen Kräfte aufnehmen ohne die Isolation zu beschädigen. Rechteckspulen gibt es nur bei Transformatoren kleiner Leistung. Die Spulen können als Scheibenspulen (große Spannungen) (Abb. 26.3) oder als Röhrenspulen (niedrigere Spannungen) (Abb. 26.4) ausgeführt sein. Die Aufteilung auf einzelne Scheiben bedingt geringere Spannungen zwischen benachbarten Windungen und damit geringere Leiterisolation. Bei Röhrenspulen muss die Lagenisolation in Spulenhöhe der stei-

genden Lagenspannung in ihrer Stärke angepasst werden, bei der Scheibenspule wird dieses durch die Distanzierung der Spulen untereinander übernommen.

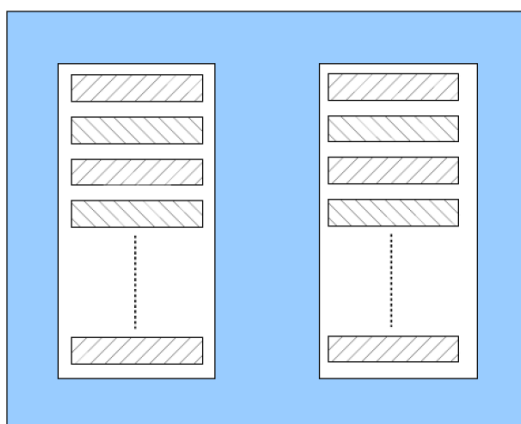


Abbildung 26.3.: Prinzip Scheibenspulen
(Quelle:[])

ID: images/scheibenspulen

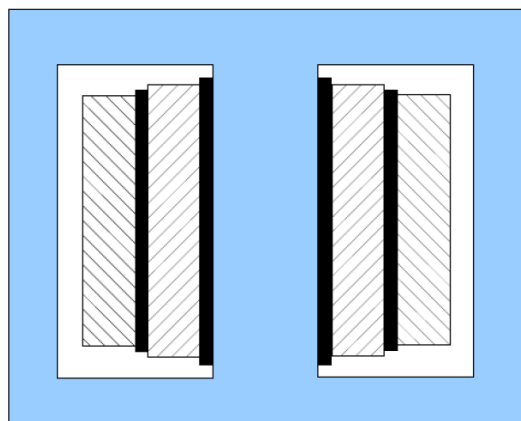
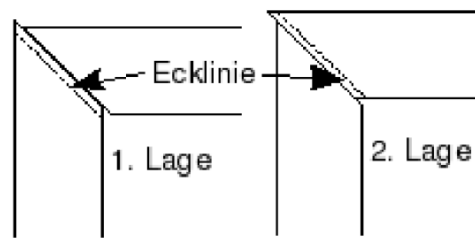


Abbildung 26.4.: Prinzip Röhrenspulen
(Quelle:[])

ID: images/roehrenspulen

Sind Ober- und Unterspannungswicklung beide als Scheibenspulen ausgeführt, so wird abwechselnd eine Ober- und eine Unterspannungsspule gesetzt, wobei die dem Joch am nächsten liegenden oberen und unteren Spulen jeweils Unterspannungsspulen (geringere jochseitige Hauptisolation) sind. Bei Röhrenspulen liegt aus demselben Grund die Unterspannungswicklung innen. Das flussführende Eisen wird zur Vermeidung von Wirbelströmen aus max. 0,35 mm starken, gegeneinander isolierten Blechen aufgebaut. Zur besseren Nutzung des kreisförmigen Querschnitts innerhalb der Spulen werden verschiedene Blechbreiten eingesetzt. Um den Magnetisierungsstrom klein zu halten, darf im magnetischen Kreis kein Luftspalt entstehen. Die Bleche werden deshalb überlappt geschichtet. Der Fluss weicht an der Übergangsstelle lieber auf das benachbarte Blech aus (große Fläche!), als über den Spalt zu gehen. So gelingt es, ein praktisch luftspaltfreies Blechpaket zu erzeugen. Bei Großtrafos kommen heute praktisch nur noch kornorientierte Bleche zum Einsatz, die durch einen Kaltwalzvorgang eine magnetische Vorzugsrichtung in Walzrichtung besitzen. Diese Maßnahme reduziert den Magnetisierungsstrom und die Hystereseverluste erheblich solange ge-

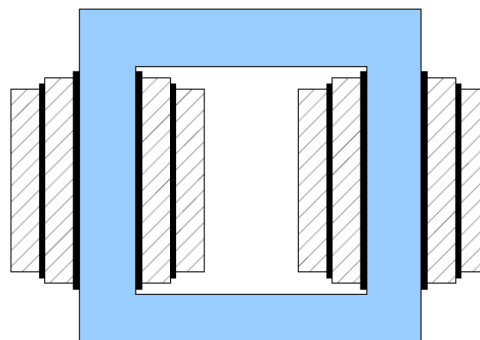
währleistet ist, dass das Magnetfeld nur in Vorzugsrichtung das Eisen durchsetzt. An den Ecken werden deshalb Schrägschnitte verwendet.



ID: images/schraegschnitt

Abbildung 26.5.: Schrägschnitte (Trafoblech)
(Quelle:[])

Kleinere Transformatoren werden auch mit Schnittbandkernen hergestellt. Kornorientiertes Blech wird zu einer Spule aufgewickelt und dann aufgeschnitten. Die Schnittfläche muss hier besonders sorgfältig behandelt werden, da sie einerseits nach dem Zusammenfügen einen möglichst geringen Luftspalt haben soll, andererseits aber leitende Verbindungen (Grate an der Schnittstelle) zwischen den Blechen vermieden werden müssen, um die Wirbelstromverluste möglichst gering zu halten. Der Teil des Blechpakets, der die Wicklung trägt, heißt Schenkel, der Teil, der den magnetischen Rückschluss darstellt, Joch. Den Zwischenraum, durch den die Wicklungen hindurchtreten, nennt man das Fenster. Man unterscheidet **Manteltransformatoren**, bei denen der Fluss auf zwei Joche mit halbem Querschnitt aufgeteilt wird, und **Kerntransformatoren** (abb. 26.6), bei denen Schenkel und Joch gleichen Querschnitt besitzen. Bei den Kerntransformatoren wird in der Ausführung als Einphasentransformator zur Kupferersparnis die Wicklung jeweils zur Hälfte auf zwei Schenkel aufgeteilt.

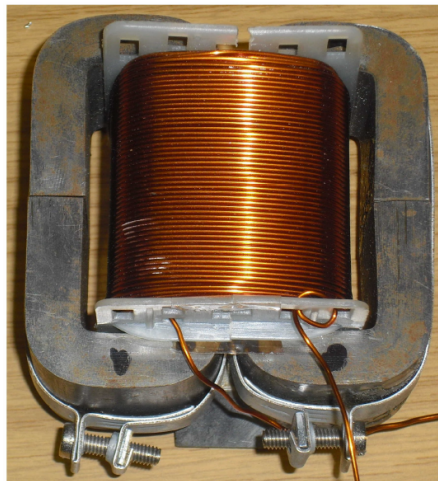


ID: images/kerntransformator

Abbildung 26.6.: Prinzipbild Kerntransformator
(Quelle:[])

26.2. Ersatzschaltbilder

ID: at-ersatzschaltbild.tex



ID: images/schnittbandkern

Abbildung 26.7.: Schnittbandkerntransformator
(Quelle:[1])

Der reale Transformator ist ein in der Regel linearisiertes Modell eines Transformators, das den idealen Transformator um Streufelder, ohmsche Verluste, Hystereseverluste und ggf. kapazitive Effekte erweitert.

In einem realen Transformator fließt nicht der gesamte magnetische Fluss, den eine der Spulen hervorruft auch durch die andere Spule. Dieses Phänomen heißt Streuung. In vielen Anwendungsfällen ist Streuung unerwünscht, in anderen wiederum (z. B. resonante Wandler) wichtiger Bestandteil der Topologie, da mit gezielt gewählten Streufaktoren zusätzliche Spulen eingespart werden können.

Folgend soll von einfachen Grundüberlegungen ausgehend ein lineares Modell eines realen Trafos („Ersatzschaltbild“) entwickelt werden. Die Ersatzschaltbilder gelten genau genommen nur für sinusförmige Größen.

26.2.1. ESB des streuungslosen verlustfreien Transformators

ID: at-esb-verlustlos.tex

Wegen der fehlenden Streuung sind beide Spulen vom gleichen Fluss durchsetzt. Wenn in die Gleichung 26.7 das ohmsche Gesetz des magnetischen Kreises

$$\underline{\Theta} = \underline{\Phi} \cdot R_m$$

eingesetzt und nach dem Fluss umgestellt wird, erhält man

$$\underline{\Phi} = \frac{N_1}{R_m} \underline{I}_1 - \frac{N_2}{R_m} \underline{I}_2$$

einsetzen in die beiden Spannungsgleichungen 26.2 liefert

$$\underline{U}_1 = j\omega \left(\frac{N_1^2}{R_m} I_1 - \frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} I_2 \right) \quad (26.9)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega \left(\frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} I_1 - \frac{N_2^2}{R_m} I_2 \right) \quad (26.10)$$

Darin sind

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_m} \quad \text{Selbstinduktivität der OS-Seite}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_m} \quad \text{Selbstinduktivität der US-Seite}$$

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} \quad \text{Gegeninduktivität beider Wicklungen zueinander.}$$

Damit lauten die beiden Spannungsgleichungen:

$$\underline{U}_1 = j\omega(L_1 \cdot \underline{I}_1 - M \cdot \underline{I}_2) \quad (26.11)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega(M \cdot \underline{I}_1 - L_2 \cdot \underline{I}_2) \quad (26.12)$$

Bei üblicherweise großem Übersetzungsverhältnis haben die beiden Spannungen U_1 und U_2 sehr unterschiedliche Größenordnungen, so dass sich die Spannungszeiger nicht vernünftig gemeinsam darstellen lassen. Deshalb ist es sinnvoll, einen der Zeiger mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses in die Größenordnung des anderen umzurechnen. Meist werden die Werte der US-Seite auf die OS-Seite umgerechnet. Diese Umrechnung wird durch einen \dot{u} gekennzeichnet.

$$\underline{U}'_2 = \dot{u} \cdot \underline{U}_2$$

Dasselbe Problem tritt bei der gemeinsamen Darstellung der Stromzeiger auf. Hier muss der US-seitige Strom mit dem Stromübersetzungsverhältnis $\dot{u}_I = \frac{1}{\dot{u}}$ umgerechnet werden.

$$\underline{I}'_2 = \dot{u}_I \cdot \underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_2}{\dot{u}}$$

Das Einsetzen in die Spannungsgleichungen liefert

$$\underline{U}_1 = j\omega(L_1 \cdot \underline{I}_1 - \dot{u}M \cdot \underline{I}'_2) \quad (26.13)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega(M \cdot \underline{I}_1 - \dot{u}^2 L_2 \cdot \underline{I}'_2) \quad (26.14)$$

Die Berücksichtigung der Ausdrücke

$$\dot{u} \cdot M = \frac{N_1 N_2}{R_m} \frac{N_1}{N_2} = L_1 \quad (26.15)$$

$$\dot{u}^2 \cdot L_2 = \frac{N_2^2}{R_m} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = L_1 \quad (26.16)$$

vereinfacht die Spannungsgleichung zu

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot (\underline{I}_1 - \underline{I}'_2) \quad (26.17)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_1 \cdot (\underline{I}_1 - \underline{I}'_2) \quad (26.18)$$

Gleichung 26.7 wird durch N_1 dividiert:

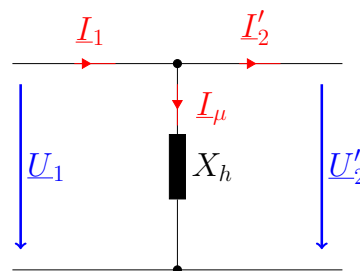
$$I_\mu = \frac{\Theta}{N_1} = I_1 - \frac{N_2}{N_1} I_2 = \underline{I}_1 - M \cdot \underline{I}'_2 \quad (26.19)$$

Dieser Ausdruck ist der auf die OS-Seite bezogene Magnetisierungsstrom. Er ergibt sich, wenn der US-seitige Strom I_2 null ist und der OS-seitige Strom alleine die Magnetisierungsdurchflutung bereitstellt. Ferner wird die Hauptreaktanz $X_h = \omega \cdot L_1$ eingeführt. Damit werden die Spannungsgleichungen

$$\underline{U}_1 = j \cdot X_h (\underline{I}_1 - \underline{I}'_2) = j \cdot X_h \cdot I_\mu \quad (26.20)$$

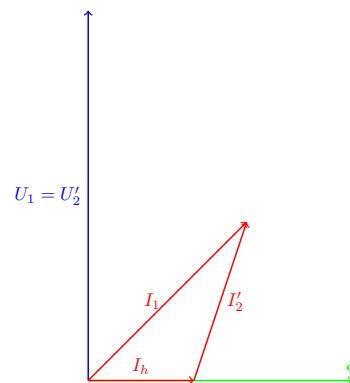
$$\underline{U}_2 = j \cdot X_h (\underline{I}_1 - \underline{I}'_2) = j \cdot X_h \cdot I_\mu \quad (26.21)$$

Obige Gleichungen (26.20, 26.19) lassen folgendes Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm zu:



ID: images/trafo-esb1.pdf

Abbildung 26.8.: Ersatzschaltbild des idealen Trafos
(Quelle:[?])



ID: images/zd-esb1.pdf

Abbildung 26.9.: Ersatzschaltbild des idealen Trafos
(Quelle:[?])

Der Vorteil dieses Ersatzschaltbildes ist sein einfacher Aufbau. alle Größen sind in der gleichen Größenordnung und deshalb gut im Zeigerbild darzustellen. Die galvanische

Trennung von OS- und US-Seite ist allerdings nicht mehr sichtbar. Aus dem Ersatzschaltbild ermittelte US-Größen müssen umgerechnet werden.

Die durchgeführte Umrechnung ist leistungsinvariant (Energieerhaltungssatz), es gilt z. B. für

$$S_2 = U_2 \cdot I_2 = \frac{U_2'}{\ddot{u}} I_2' \cdot \ddot{u} = U_2' \cdot I_2'$$

Mit geeigneter Wahl des Spannungsmaßstabes und des Strommaßstabes erhält man das zugehörige Zeigerdiagramm:

26.2.2. ESB des Transformators mit Streuung

ID: at-esb-mit-streuung.tex

Jede Wicklung trägt nicht nur zur Erzeugung des Hauptflusses bei, sondern erzeugt noch einen zusätzlichen Streufluss, der nicht die andere Spule durchsetzt. Dieser Streufluss schließt sich außerhalb des Eisens über den sogenannten Streuraum. Er beträgt zwar bei großen Transformatoren nur ca. 3-6 % vom Hauptfluss, beeinflusst aber entscheidend das Verhalten bei Last bzw. im Kurzschlussfall.

Die OS-Wicklung umfasst die Summe von Hauptfluss und dem von ihr selbst erzeugten Streufluss $\Phi_h + \Phi_{1\sigma}$, die US-Wicklung hingegen die Differenz $\Phi_h - \Phi_{2\sigma}$. Dabei ist weiterhin Φ_h dem Strom i_1 im Sinne einer Rechtsschraube zugeordnet.

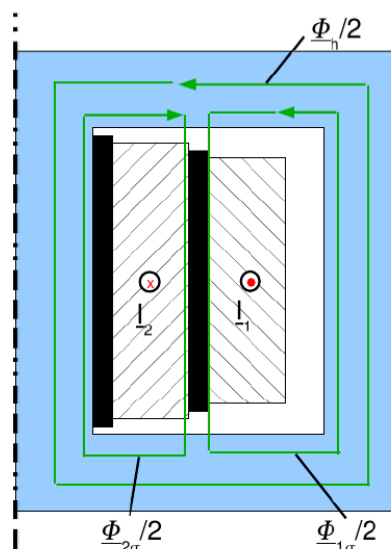


Abbildung 26.10.: Trafo mit Streufluss
(Quelle:[])

ID: images/trafo-mit-streufuss

Unter Beachtung der Vorzeichen aus dem vorigen Kapitel ergibt sich für die Spannungen:

$$U_1 = j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \Phi_h + j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \Phi_{1\sigma} \quad (26.22)$$

$$U_2 = j \cdot \omega \cdot N_2 \cdot \Phi_h + j \cdot \omega \cdot N_2 \cdot \Phi_{2\sigma} \quad (26.23)$$

Die Gleichungen unterscheiden sich nur dadurch, dass hier der Fluss, der mit beiden Spulen verkettet ist, Φ_h gekennzeichnet wurde und jeweils ein Spannungsterm, der durch den eigenen Streufluss, also durch Selbstinduktion hervorgerufen ist, vorzeichenrichtig zugefügt wurde. Diese Streuspannungsabfälle lassen sich folglich auch mit Hilfe einer Streuinduktivität beschreiben.

$$U_{1\sigma} = j \cdot \omega \cdot N_1 \cdot \Phi_{1\sigma} = j\omega L_1 L_1 \quad \text{mit} \quad L_{1\sigma} = \frac{N_1^2}{R_{m1\sigma}} \quad (26.24)$$

$$U_{2\sigma} = j \cdot \omega \cdot N_2 \cdot \Phi_{2\sigma} = j\omega L_2 L_2 \quad \text{mit} \quad L_{2\sigma} = \frac{N_2^2}{R_{m2\sigma}} \quad (26.25)$$

$R_{m1\sigma}$ und $R_{m2\sigma}$ sind die magnetischen Widerstände der Flussröhren bzw. Flusswege der jeweiligen Streuflüsse. Da diese größtenteils durch nichtmagnetisches Material verlaufen (Luft), sind sie praktisch sättigungsunabhängig und damit konstant.

Der Streuspannungsabfall $U_{2\sigma}$ muss ebenfalls auf die Größen der OS-Seite umgerechnet werden,

$$U'_{2\sigma} = \ddot{u} \cdot U_{2\sigma} = j \cdot \omega \cdot L_{2\sigma} I'_2 \cdot \ddot{u}^2$$

woraus folgt

$$U'_{2\sigma} = j \cdot \omega \cdot L'_{2\sigma} I'_2 \quad \text{mit} \quad L'_{2\sigma} = L_{2\sigma} \cdot \ddot{u}^2$$

Das für den streuungslosen Transformator hergeleitete Ersatzschaltbild muss jetzt nur noch um diese Streuspannungsabfälle ergänzt werden. Das Ersatzschaltbild enthält folgende neue Parameter:

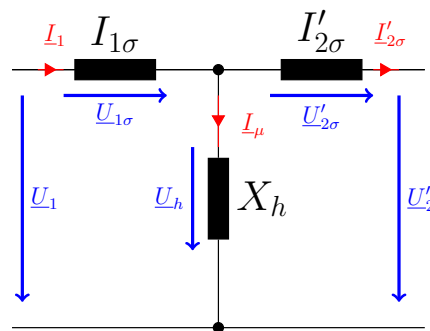
$X_{1\sigma} = \omega L_{1\sigma}$ Streureaktanz der OS-Seite

$X_{2\sigma} = \omega L_{2\sigma}$ Streureaktanz der US-Seite

$U_h = j \cdot X_h \cdot I_\mu$ Hauptfeldspannung (90° voreilend gegenüber I_μ)

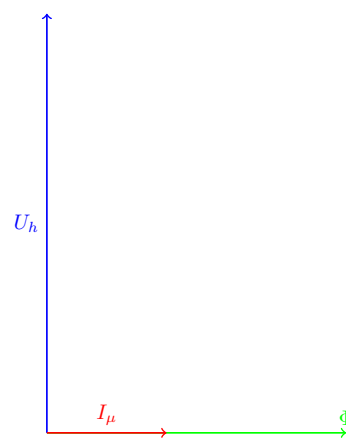
H

inweis: Beim Zeigerdiagramm werden zunächst die am Verbraucher liegenden Größen U'_2 und I'_2 gezeichnet. Die weiteren Größen ergeben sich dann an Hand des Ersatzschaltbildes Abb. 26.11



ID: images/trafo-esb2

Abbildung 26.11.: Ersatzschaltbild des Trafos mit Streuung (Quelle:[?])



ID: images/zd-esb2.pdf

Abbildung 26.12.: Zeigerdiagramm des Trafos mit Streuung (Quelle:[?])

26.2.3. ESB mit Streuung und Widerständen

ID: at-esb-mit-streuung-widerstande.tex

Bisher sind die ohmschen Widerstände der Wicklungen unberücksichtigt geblieben. Die Spannungsabfälle an diesen Widerständen müssen daher noch vorzeichenrichtig zu den Spannungen U_1 und U_2 hinzugefügt werden.

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 \quad (26.26)$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \cdot \underline{I}_2 \quad (26.27)$$

Die Umrechnung der US-Seite auf die OS-Seite ergibt:

$$\underline{U}'_{2R} = \ddot{u} \cdot \underline{U}_{2R} = \ddot{u} \cdot R_2 \cdot \underline{I}_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2 \cdot \underline{I}'_2$$

woraus folgt

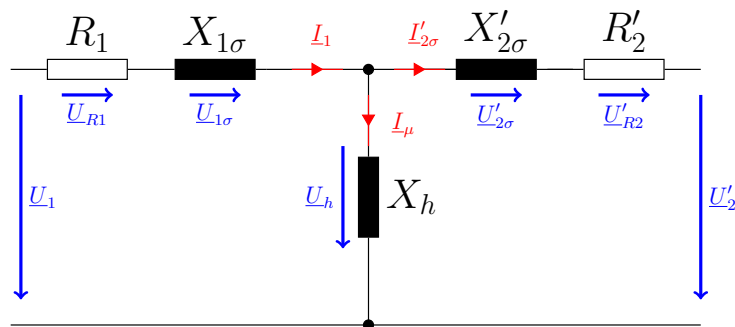
$$\underline{U}'_{2R} = R'_2 \cdot \underline{I}'_2 \quad \text{mit} \quad R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$$

Als Ergebnis lauten die beiden Spannungsgleichungen jetzt

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{1R} + \underline{U}_{1\sigma} + \underline{U}_h \quad (26.28)$$

$$\underline{U}_h = \underline{U}'_{2R} + \underline{U}'_{2\sigma} + \underline{U}'_2 \quad (26.29)$$

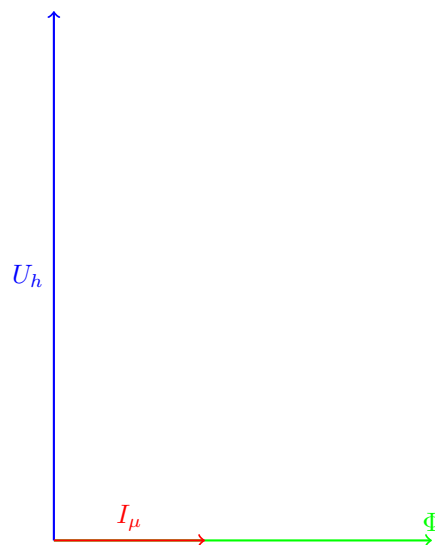
Abb. 26.13 zeigt das Ersatzschaltbild und Abb. 26.14 das dazugehörige Zeigerdiagramm.



ID: images/trafo-esb3.pdf

Abbildung 26.13.: Ersatzschaltbild eines Transformators mit Streuung und Wicklungswiderständen

(Quelle:[?])



ID: images/zd-esb3.pdf

Abbildung 26.14.: Zeigerdiagramm eines Transformators mit Streuung und Wicklungswiderständen

(Quelle:[?])

26.2.4. Das vollständige ESB des Transformators

ID: at-esb-vollstaendig.tex

Das Ersatzschaltbild wird noch ergänzt um einen Widerstand, der die Eisenverluste repräsentiert. Sie bestehen aus den Anteilen Wirbelstromverluste und Hystereseverluste.

Wirbelstromverluste: sie werden durch die Blechung des magnetischen Kreises klein gehalten.

Sie sind: $V_{\text{Wirbel}} \sim f^2 \cdot B^2$

Hystereseverluste: sie entstehen beim Durchlaufen der Hysterese der Magnetisierungskennlinie und proportional zum Flächeninhalt der Hystereseschleife.

$V_{\text{Hyst}} \sim f \cdot B^x$ mit $x = 1,6 \dots 2,4$ je nach verwendeter Eisensorte. Man kann sie näherungsweise durch $V_{\text{Hyst}} \sim f \cdot B^2$ beschreiben.

Da die Frequenz eines Transformators immer konstant ist, braucht die Frequenzabhängigkeit der Verluste hier nicht näher betrachtet zu werden. Mit der verwendeten Näherung gilt für die

Eisenverluste insgesamt: $V_{Fe} \sim B^2$.

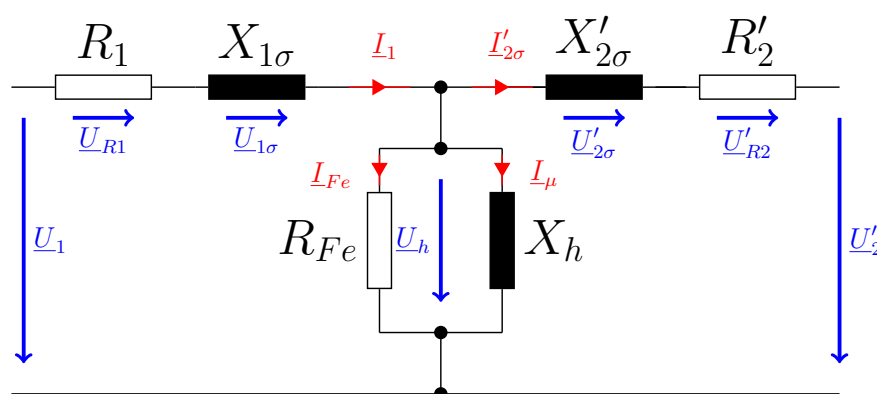
Die Induktion B ist proportional zum Hauptfluss, der nach Trafoformel proportional zu U_h ist. Es ist deshalb sinnvoll, zur Berücksichtigung der Eisenverluste einen Eisenverlustwiderstand genannt, parallel zu X_h zu setzen. Es gilt dann:

$$V_{Fe} = \frac{U_h^2}{R_{Fe}} = \frac{U_h'^2}{R_{Fe}'} \quad (26.30)$$

Es darf außerdem nicht vergessen werden, auch die US-seitige Lastimpedanz in gleicher Weise wie die US-seitigen Parameter auf die OS-Seite umzurechnen:

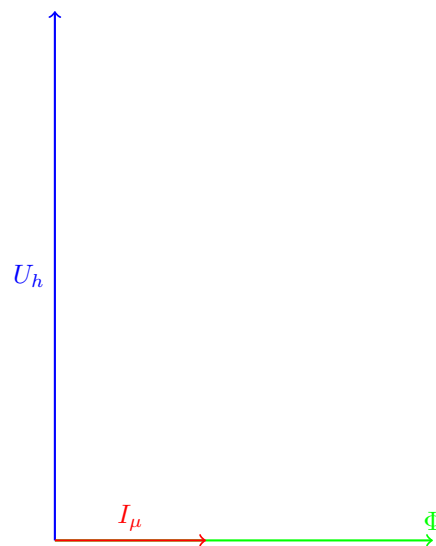
$$Z_L' = Z_L \cdot \dot{u}^2 \quad (26.31)$$

Abb. 26.15 zeigt das vollständige Ersatzschaltbild des Transformators und Abb. 26.16 das dazugehörige



ID: images/trafo-esb4.pdf

Abbildung 26.15.: Vollständiges Ersatzschaltbild eines Transformators
(Quelle:[?])



ID: images/zd-esb3.pdf

Abbildung 26.16.: Vollständiges Zeigerdiagramm eines Transformators
(Quelle:[?])

Konstruktionsreihenfolge:

- U'_2 senkrecht nach oben eintragen (reelle Achse)
- I'_2 entsprechend Z'_L eintragen
- Mit U'_{2R} , $U'_{2\sigma}$ und U'_2 den Zeiger U_h konstruieren
- I_μ senkrecht zu U_h und I_{Fe} parallel zu U_h auftragen
- Mit I_μ , I_{Fe} und I'_2 den Zeiger I_1 konstruieren
- U_h mit den Spannungsabfällen U_{1R} und $U_{1\sigma}$ zu U_1 ergänzen

Achtung: es gibt keine voreilenden Ströme in Induktivitäten!!!

Bei gegebenem I'_2 und I_1 sind die dazugehörigen Spannungsabfälle U'_2 und U_1 voreilend gegenüber dem Strom aufzutragen. Beim Magnetisierungsstrom ist es umgekehrt: hier ist U_h gegeben, I_μ ist nachteilend einzutragen.

Ist anstelle von U_2 die Größe von U_1 gegeben, so wird zunächst mit $U'_2 = U_1$ obige Konstruktion durchgeführt. Es ergibt sich ein falsches U_1 . Das Zeigerdiagramm gibt die Winkellagen aber korrekt wieder, lediglich die Maßstäbe stimmen nicht. Durch lineares Umrechnen oder Maßstabsänderung können die auf das gegebene U_1 bezogenen Werte ermittelt werden.

In obiger Herleitung wurden alle US-Größen auf die OS-Seite umgerechnet. Es kann jedoch nach demselben Verfahren auch das Ersatzschaltbild mit auf die US-Seite

umgerechneten OS-Größen dargestellt werden. Die auf die US-Seite umgerechneten Größen sind mit einem " gekennzeichnet.

Das Größenverhältnis der einzelnen Ersatzkreisdaten ist stark von der Nennleistung des Transformators abhängig. Es gilt etwa $R_1 \approx R'_2$ und $X_{1\sigma} \approx X'_{2\sigma}$, wobei die Streureaktanzen bei mittleren Leistungen etwa den doppelten Wert der Widerstände besitzen. Bei großen Einheiten übertrifft die induktive Streuspannung den ohmschen Spannungsabfall um das 20 bis 30fache. Die Werte für X_h und R_{Fe} liegen etwa drei bis vier Zehnerpotenzen über denen der Streureaktanzen.

26.3. Betriebsverhalten

ID: at-betriebsverhalten.tex

Folgend soll nun das Betriebsverhalten eines Trafos mit den beiden Extremfällen

- Leerlauf
- Kurzschluss

näher betrachtet werden.

26.3.1. Der Transformator im Leerlauf

ID: at-leerlauf.tex

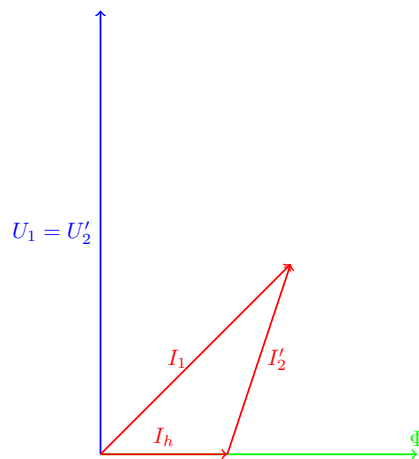
Im Leerlauf ist $I_2 = 0$. Damit entfallen die Spannungsabfälle auf der US-Seite und es gilt $U'_2 = U_h$. Die Spannungsabfälle auf der OS-Seite werden durch den kleinen Leerlaufstrom I_{10} , der sich aus dem Magnetisierungsstrom und dem Eisenverluststrom zusammensetzt, erzeugt. Bei Nennstrom beträgt der Spannungsabfall an $R_1 + j \cdot X_{1\sigma}$ etwa 3% der Nennspannung. Da der Leerlaufstrom etwa (1...3)% des Nennstromes ist, können die Spannungsabfälle an $R_1 + j \cdot X_{1\sigma}$ vernachlässigt werden. Damit ergibt sich das folgende vereinfachte Ersatzschaltbild für den Leerlauf.

Allerdings ist nur die Grundschiwingung des Leerlaufstromes berücksichtigt.

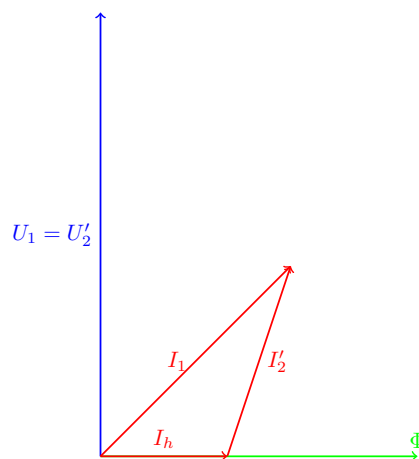
26.3.1.1. Leerlaufversuch

ID: at-leerlaufversuch.tex

Die Größen des Leerlaufersatzschaltbildes lassen sich aus dem Leerlaufversuch bestimmen. Man misst OS- und US-Spannung, den OS-Strom und die OS-Wirkleistung.



ID: images/zd-esb1.pdf

 Abbildung 26.17.: Leerlaufersatzschaltbild
 (Quelle:[?])


ID: images/zd-esb1.pdf

 Abbildung 26.18.: Leerlaufzeigerdiagramm
 (Quelle:[?])

Der Index 0 gilt für Leerlauf! Der Versuch wird bei Nennspannung durchgeführt, da R_{Fe} und X_h sättigungsabhängig sind ($U_{10} = U_{1N}$, $U_{20} = U_{2N}$). Um mit kleineren Spannungen arbeiten zu können, wird oft auf der US-Seite eingespeist. Die Gleichungen gelten dann analog. Allerdings darf dann ggf. die Umrechnung der Größen auf die OS-Seite nicht vergessen werden. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \frac{U_{1N}}{U_{2N}} & S_{10} &= U_{1N} \cdot I_{10} & Q_{10} &= \sqrt{S_{10}^2 - P_{10}^2} \\ P_{10} &= \frac{U_{1N}^2}{R_{Fe}} = \frac{U_{2N}^2}{R_{Fe}'} \implies R_{Fe} = \frac{U_{10}^2}{P_{10}} & R_{Fe}'' &= \frac{U_{2N}^2}{P_{10}^2} \\ Q_{10} &= \frac{U_{1N}^2}{X_h} = \frac{U_{2N}^2}{X_h''} \implies X_h = \frac{U_{1N}^2}{Q_{10}} & X_h'' &= \frac{U_{2N}^2}{Q_{10}} \end{aligned}$$

26.3.1.2. Tatsächlicher Verlauf des Leerlaufstromes

ID: at-leerlaufstrom.tex

Vernachlässigt man den um etwa den Faktor 10 kleineren Eisenverluststrom, so kann man $I_{10} \approx I_{\mu}$ setzen. Der Magnetisierungsstrom kann dann bei bekanntem Verlauf des Flusses punktwiese aus der Magnetisierungskennlinie ermittelt werden (Bild 26.19). Wegen der stets vorhandenen Hysterese der Magnetisierungskennlinie ist der wahre Stromverlauf nicht symmetrisch (Bild: 26.20).

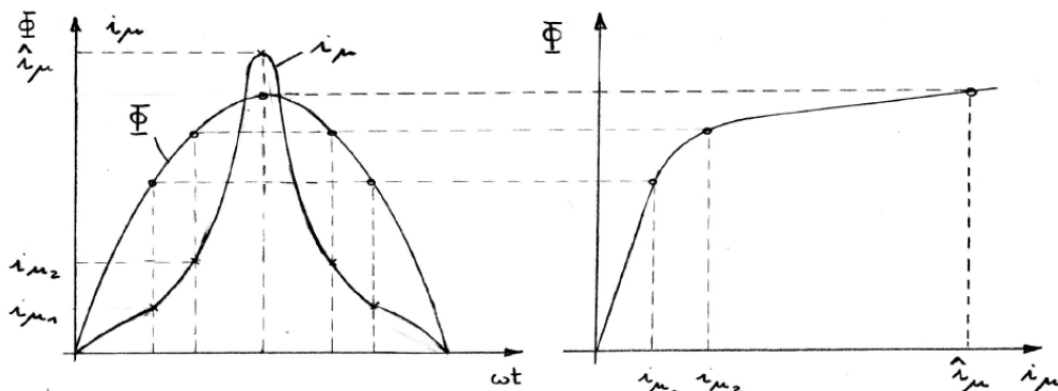


Abbildung 26.19.: Konstruktion des Leerlaufstromes(punktweise)
(Quelle:[])

ID: images/trafostrom-konstruktion

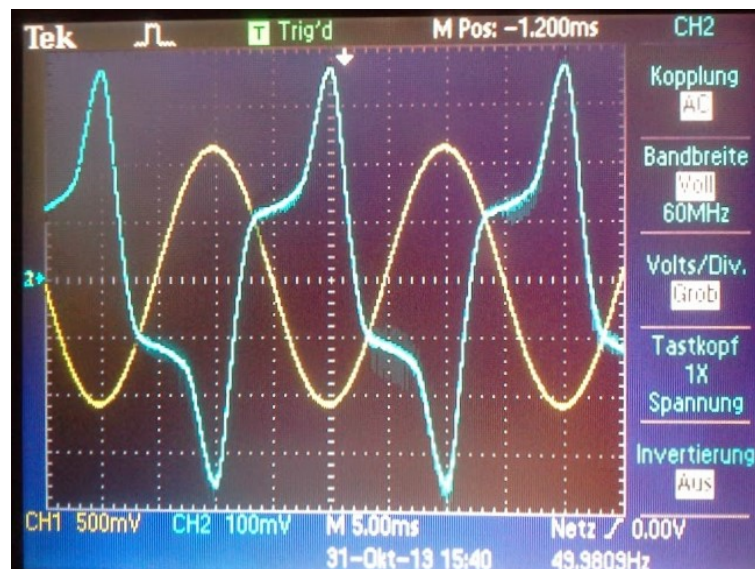


Abbildung 26.20.: Leerlaufstrom bei sinusförmiger Erregung (Messung)
(Quelle:[?])

ID: images/trafo-leerlauf1.png

26.3.1.3. Rush-Effekt

ID: at-rusheffekt.tex

Beim Einschalten eines Transformators im Leerlauf kommt es, je nach Einschaltaugenblick, immer wieder zum Auslösen des Kurzschlussschutzes. Für $R_1 = 0$ und $X_{1\sigma} = 0$ gilt $u_1 = u_h$. Aus $u_1 = N_1 \frac{d\Phi_h}{dt}$ ergibt sich allgemein:

$$\Phi_h = \frac{1}{N_1} \int u_1 \cdot dt + C$$

Für $u_1 = \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ folgt $\Phi_h = -\Phi_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t) + C$ mit $\Phi_{\max} = \frac{\hat{u}}{N_1 \cdot \omega}$

Die Integrationskonstante ergibt sich aus den Anfangsbedingungen. Da der Fluss ein Maß für die magnetische Energie ist und deshalb nicht springen kann, muss zum Einschaltzeitpunkt $\Phi_h = 0$ gelten. Wird z.B. im Spannungsnulldurchgang, also bei $t=0$ eingeschaltet, so ergibt sich:

$$\Phi_h(t=0) = -\Phi_{\max} \cdot \cos(0) + C \Rightarrow C = \Phi_{\max}$$

Bei diesem Einschaltzeitpunkt lautet die Gleichung für den Fluss

$$\Phi_h = \Phi_{\max} \cdot [1 - \cos(\omega \cdot t)]$$

Zum Zeitpunkt $\omega \cdot t = \pi$ tritt eine Flussüberhöhung um den Faktor 2 auf. Da der magnetische Kreis für Φ_{\max} ausgelegt wurde, steigt der Magnetisierungsstrom sehr stark an und kann durchaus das 50-fache des Nennstromes, also das 1500...5000-fache des normalen Magnetisierungsstromes erreichen. Schaltet man hingegen im natürlichen Nulldurchgang des Flusses, also bei $\omega \cdot t = \pi/2$ ein, so ist die Integrationskonstante $C = 0$, es tritt keine Flussüberhöhung ein. Wenn der in obiger Betrachtung vernachlässigte Widerstand R_1 berücksichtigt wird, klingt die Flussüberhöhung jedoch innerhalb weniger Perioden nach einer e-Funktion ab. Während beim Einschalten des Einphasentransformators mit Glück ein günstiger Zeitpunkt getroffen werden kann, ist dies beim Drehstromtransformator unmöglich, da dort immer ein Strang in der Nähe des ungünstigen Einschaltaugenblickes liegt.

26.3.2. Der Transformator im Kurzschluss

ID: at-kurzschluss.tex

Der Index K wird für den Kurzschluss verwendet, für den Nennbetrieb der Index N. Beim Kurzschluss fließt ein sehr großer Kurzschlussstrom. Beträgt der sogenannte Längsspannungsabfall

$$\underline{I}_1 \cdot (R_1 + j \cdot X_{1\sigma}) + \underline{I}_2 \cdot (R_2 + j \cdot X_{2\sigma})$$

im Nennbetrieb etwa 6 % der Nennspannung, so muss er im Kurzschlussfall wegen $U_{2K} = 0$ auf 100 % anwachsen. Dies bedeutet, dass im Kurzschluss der Strom I_{1K} bzw. I_{2K} gegenüber dem Nennbetrieb etwa um den Faktor 20 steigen muss.

26.3.2.1. Kurzschlussversuch

26.3.2.2. Kurzschlussvorgang

26.3.3. Zusammenstellung der Berechnungsgleichung

26.4. Betriebsverhalten

26.4.1. Typenschild des Transformators

26.4.2. Typenschild des Transformators

26.4.3. Der Transformator im Betrieb

26.4.4. Spannungsänderung

26.4.4.1. Das Kapp'sche Dreieck

26.4.4.2. zeichnerische Ermittlung der Spannungsänderung

26.4.5. Parallel -und Kettenschaltung von Transformatoren

26.4.5.1. Parallelschaltung

26.4.5.2. Kettenschaltung mehrere Transformatoren

26.4.6. Wirkungsgrad

27. Drehstromtransformatoren

27.1. allgemeines

27.2. Aufbau und Transformatortypen

27.2.1. Tempeltyp

27.2.2. Kerntyp

27.3. Überlegungen zum Magnetisierungsstrom

27.3.1. Sternschaltung mit angeschlossenem Sternpunktleiter (freie Magnetisierung)

27.3.2. Sternschaltung ohne Sternpunktleiter (erzwungene Magnetisierung)

27.3.3. Dreieckschaltung

27.3.4. Anschlussbezeichnungen

27.4. Schaltungsarten und Schaltgruppen

27.4.1. Dreieck-Sternschaltung

27.4.2. Dreieck-Zickzack-Schaltung

27.5. häufig verwendete Transformatorschaltungen

27.6. Schiefastfähigkeit

28. Gleichstrommaschinen

28.1. Grundlegender Aufbau

28.2. Drehzahlstellung

28.3. Betriebsverhalten

28.3.1. Fremderregt

28.3.2. Reihenschlussmaschinen

28.3.3. Nebenschlussmaschinen

28.3.4. Kompoundmaschinen

Teil V.

4. Jahrgang, Wintersemester

29. Drehfeldmaschinen

29.1. Asynchronmaschine

29.1.1. Aufbau

29.1.2. Stromortkurve

29.1.3. Drehzahlstellung

29.1.4. Anlassen

29.1.5. Bremsen

29.2. Synchronmaschine

29.2.1. Aufbau

29.2.1.1. Vollpolmaschine

29.2.1.2. Schenkelpolmaschine

29.2.1.3. Permanenterregte Synchronmaschine (PSM)

29.2.2. Erregersysteme

29.2.3. Betriebsverhalten

29.2.3.1. Inselbetrieb

29.2.3.2. Netzbetrieb

29.2.4. Synchronisierung

Teil VI.

4.Jahrgang, Sommersemester

30. Stromrichter

30.0.6. Gleichrichter

30.0.7. Wechselrichter

30.0.8. Umrichter

30.1. Gleichstromsteller

30.2. Wechselstromsteller

30.3. Drehstromsteller

30.4. Frequenzumrichter

31. Sondermaschinen

ID: anhang.contents.tex

Teil VII.

Anhang und Ergänzungen

A. Grundlagen der Statik und Dynamik

A.1. Getriebe

A.2. Trägheitsmoment

A.3. Drehimpuls

B. Nichtsinusförmige Vorgänge

ID: allgemeines.tex

Nichtsinusförmige, periodische Vorgänge können mit Hilfe einer Fourierreihe dargestellt werden, bzw. in eine Fourierreihe „zerlegt“ werden. Als „Fourierreihe“ einer periodischen Funktion (nach Jean Baptiste Joseph Fourier) , bezeichnet man deren Entwicklung in eine Funktionenreihe aus Sinus- und Kosinusfunktionen.

Die Partialsummen einer Fourierreihe sind trigonometrische Polynome. Wie diese können Fourierreihen in drei gleichwertigen Formen dargestellt werden. Zu jeder dieser Darstellungen gibt es zugehörige Formeln zum Bestimmen der Koeffizienten bzw. Parameter der Fourierreihenentwicklung einer periodischen Funktion.

B.1. Fourieranalyse

ID: at-fourieranalyse.tex

Als Fourieranalyse bezeichnet man den Weg von nichtsinusförmigen, periodischen Signal zum Spektrum dieses Signales. Im Folgenden wird nicht näher auf Symmetriebedingungen eingegangen.

B.1.1. Darstellungsformen

B.1.1.1. Allgemeine Form

ID: darst-allgemein.tex

Eine periodische Funktion f mit Periode $T > 0$, die einer der angegebenen Klassen angehört, lässt sich durch eine Reihe von Sinus- und Kosinusfunktionen darstellen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz $\omega = 2\pi/T$ sind,

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos(k\omega t) + b_k \cdot \sin(k\omega t))$$

Die Kreisfrequenz ω skaliert hierbei die Periode 2π von Sinus und Kosinus auf die entsprechende Periode T . In der praktischen Anwendung wird man die Reihe häufig nach endlich vielen Reihengliedern abbrechen. Man erhält dann nur eine Approximation von f in Form eines trigonometrischen Polynoms,

$$f_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cdot \cos(k\omega t) + b_k \cdot \sin(k\omega t))$$

Diese endliche Summe wird dann **Teilsomme** $f_n(t)$ der Fourierreihe genannt. Das so entstehende trigonometrische Polynom ist, unter allen trigonometrischen Polynomen der gleichen Struktur, dasjenige mit minimalem mittleren quadratischen Fehler zur ursprünglichen Funktion f .

Die Koeffizienten der Entwicklung von f sind

$$a_k = \frac{2}{T} \int_c^{c+T} f(t) \cdot \cos(k\omega t) dt$$

und

$$b_k = \frac{2}{T} \int_c^{c+T} f(t) \cdot \sin(k\omega t) dt$$

Das c stellt eine Verschiebung des Intervalls dar und kann zur Vereinfachung beliebig gewählt werden.

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_c^{c+T} f(t) dt$$

ist der Gleichanteil.

Einfache Eigenschaften dieser Entwicklung sind, dass

- $b_k = 0$ für alle k gilt, falls f gerade ist, $f(-x) = f(x)$
- $a_k = 0$ für alle k gilt, falls f ungerade ist, $f(-x) = -f(x)$

Sind alle $b_k = 0$, d.h. ist f gerade, so kann a_k auch über

$$a_k = \frac{4}{T} \int_c^{c+\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos(k\omega t) dt$$

berechnet werden. Dies ist möglich, weil durch die Symmetrie des Kosinus und der Funktion die Werte des Integrals in beiden Halbintervallen gleich sind. So ergeben sich oft Vereinfachungen. Umgekehrt gilt dies auch für $a_n = 0$.

Ist die zugrundeliegende Funktion unbekannt bzw. liegen nur gegebene diskrete Daten (z.B. Messwerte) vor, werden a_k, b_k nur aus den Stützpunkten approximiert (Trigonometrische Interpolation).

B.1.1.2. Amplituden-Phasen-Notation

ID: darst-amplitudenphasen.tex

In der allgemeinen Darstellung wird das Signal mit Hilfe eines Sinusspektrums und eines Kosinusspektrums dargestellt. Es ist aber auch eine Darstellung mittels Phasen- und Amplitudenspektrums möglich, da man die additive Überlagerung (Superposition) einer Sinus- und einer Kosinusschwingung auch als phasenverschobene Kosinusschwingung darstellen kann:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t - \varphi_n))$$

Dabei ist

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

und

$$\varphi_n = \begin{cases} \arctan \frac{b_n}{a_n}, & \text{wenn } a_n \geq 0 \\ \arctan \frac{b_n}{a_n} + \pi, & \text{wenn } a_n < 0 \end{cases}$$

bzw.

$$\varphi_n = 2 \arctan \frac{b_n}{A_n + a_n}$$

φ_n zeigt in den Quadranten, in welchem auch der Punkt (a_n, b_n) liegt.

B.1.1.3. Komplexe Fourierreihe

ID: darst-komplex.tex

Man kann nun jedes Paar von Amplitude und Verschiebung als komplexe Zahl in Polarkoordinatendarstellung interpretieren. Damit lassen sich die beiden Spektren in eines überführen. Eine Vereinfachung von geraden bzw. ungeraden Funktionen wie im Reellen ist so jedoch nicht möglich.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}$$

Dabei ist

$$c_n = \frac{1}{T} \int_c^{c+T} f(t) e^{-jn\omega t} dt$$

Die Berechnung ist oft einfacher, da zum einen die e-Funktion leicht zu integrieren ist und zum anderen nur noch ein Koeffizient statt zwei zu berechnen ist.

B.1.2. Zusammenhang zwischen reellen und komplexen Fourierkoeffizienten

ID: darst-komplex-reell.tex

Reell zu komplex:

$$c_n = \frac{(a_{-n} + jb_{-n})}{2} \text{ bei } n < 0$$

$$c_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$c_n = \frac{(a_n - jb_n)}{2} \text{ bei } n > 0$$

Komplex zu reell:

$$a_0 = 2 \cdot c_0$$

$$a_n = c_n + c_{-n}$$

$$b_n = j(c_n - c_{-n})$$

B.2. Fouriersynthese

ID: at-fouriersynthese.tex

Die Fourier-Synthese beschreibt das umgekehrte Verfahren zur Fourieranalyse, also die Erzeugung beliebiger periodischer Signale aus Sinus- und Kosinusfunktionen.

B.2.1. Beispiele

B.2.1.1. Rechteckschwingung

ID: bsp-rechteck.tex

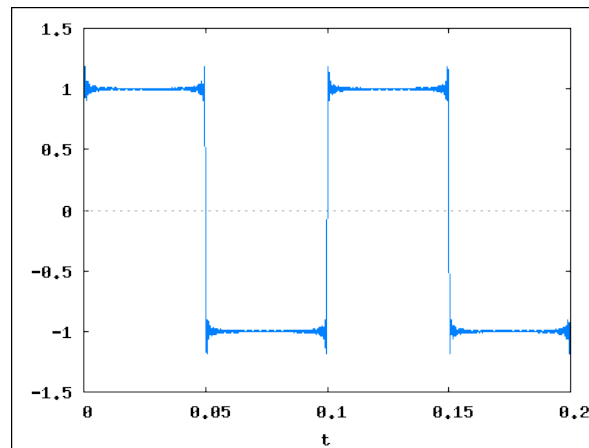
Die Rechteckfunktion lässt sich je nach gewünschter Phasenlage mit Sinus- und Kosinustermen approximieren. Mit h kann man die Amplitude der Kurve bestimmen:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{4h}{\pi} \left[\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right] \\ &= \frac{4h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega t)}{2k-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{4h}{\pi} \left[\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t \mp \dots \right] \\ &= \frac{4h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\cos((2k-1)\omega t)}{2k-1} \end{aligned}$$

B.2.1.2. Dreieckeckschwingung

ID: bsp-dreieck.tex



ID: ./images/rechteck1.png

Abbildung B.1.: Zusammengesetzte Rechteckschwingung
(Quelle:[1])

Die Dreieckfunktion lässt sich je nach gewünschter Phasenlage mit Sinus- und Kosinustermen approximieren. Mit h kann man die Amplitude der Kurve bestimmen:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= -\frac{8h}{\pi^2} \left[\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \dots \right] \\
 &= -\frac{8h}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)\omega t)}{(2k-1)^2}
 \end{aligned}$$

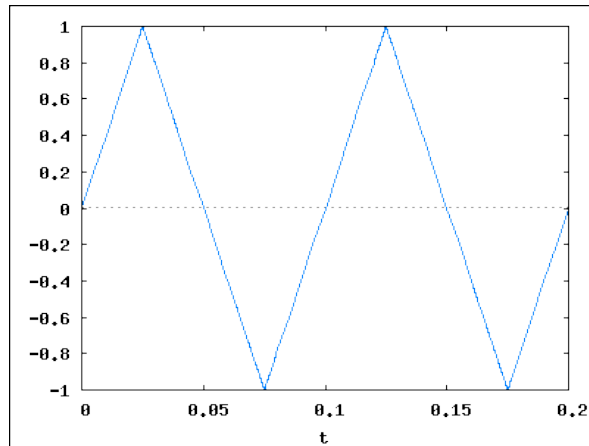
$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{8h}{\pi^2} \left[\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t \mp \dots \right] \\
 &= \frac{8h}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\sin((2k-1)\omega t)}{(2k-1)^2}
 \end{aligned}$$

B.2.1.3. Sägezahnschwingung

ID: bsp-saegezahn.tex

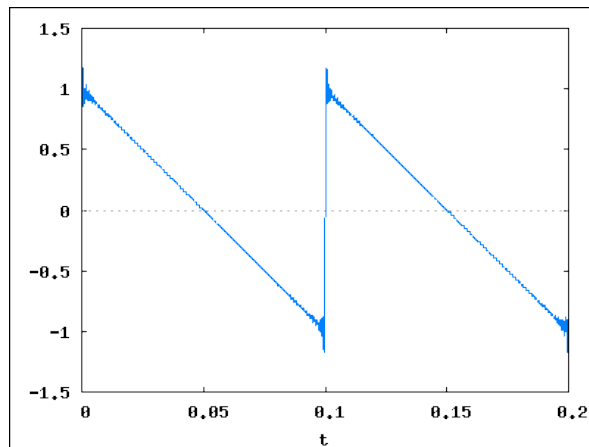
Ebenso lassen sich punktsymmetrische Funktionen aus Sinustermen approximieren. Hier erreicht man eine Phasenverschiebung durch alternierende Vorzeichen:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= -\frac{2h}{\pi} \left[\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t \mp \dots \right] \\
 &= -\frac{2h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\sin k\omega t}{k}
 \end{aligned}$$



ID: ./images/dreieck1.png

Abbildung B.2.: Zusammengesetzte Dreieckschwingung (Quelle:[])



ID: ./images/saegezahn1.png

Abbildung B.3.: Zusammengesetzte Sägezahnschwingung (Quelle:[])

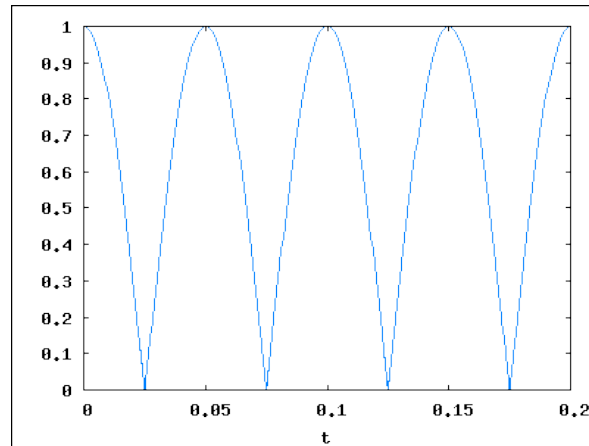
B.2.1.4. Sinusbetragschwingung (gleichgerichteter Sinus)

ID: bsp-betragsinus.tex

$$\begin{aligned}
 f(t) &= h |\sin \omega t| \\
 &= \frac{4h}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{3} - \frac{\cos 4\omega t}{15} - \frac{\cos 6\omega t}{35} - \dots \right] \\
 &= \frac{2h}{\pi} - \frac{4h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\omega t}{(2k)^2 - 1}
 \end{aligned}$$

B.3. Gibbsches Phänomen

ID: gibbs.tex



ID: ./images/betragsinus1.png

Abbildung B.4.: Zusammengesetzte Sinusbetragschwingung
(Quelle:[])

In der Umgebung von Sprungstellen entstehen bei der Fourierreihe typische Über- und Unterschwinger von etwa 18% der Sprunghöhe, da dort die Reihe nicht mehr gleichmäßig, sondern nur noch punktweise konvergiert.

Dieser Effekt hat weitreichende Auswirkungen in der Signalverarbeitung.

C. Auszüge zur Vektorrechnung

ID: vekt-hinweis.tex

Folgend sind die wichtigsten Regeln zur Vektorrechnung zusammengefasst. Genauere Infos, insbesondere zum Erlernen sind im Skriptum „Vektorrechnung“ ([4] zu finden.)

D. Lizenz

ID: lizenz.tex



ID: ../formatierungen/images/cc-by-nc-lizenz.png

Abbildung D.1.: Lizenz für dieses Dokument(CC-BY-NC)
(Quelle:[2])

Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz.

Die Namensnennung hat zu erfolgen mit:

<Dokumenttitel> by Prof. Dipl.Ing. Erich Schubert

z.B Skriptum by Prof.Dipl.Ing. Erich Schubert

CC-Lizenztext für by-nx-sa zum Download

Literaturverzeichnis

- [1] Wikimedia Commons. File:Area Faraday's law.svg — Wikimedia Commons, the free media repository, 2017. URL https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Area_Faraday%27s_law.svg&oldid=270164725. [Online;30-Juli-2019].
- [2] creative commons. CreativeCommons-Lizenz V4.0. 2014-03-18. URL <http://creativecommons.org>.
- [3] Detlef Mietke. Elektroniktutor.de/elektrophysik, 2019. URL <https://elektroniktutor.de>. [Online: 1. August 2019].
- [4] Erich Schubert. *Vektorrechnung/Elektrotechnik*. HTBLuVA ST.Pölten, 1.0.1 edition, 2019. URL <https://learnnet2.htlstp.ac.at>.
- [5] Wikipedia. Feld (Physik) — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2019. URL [https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Feld_\(Physik\)&oldid=189984686](https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Feld_(Physik)&oldid=189984686). [Online; Stand 12. August 2019].
- [6] Wikipedia. Leiterschaukel — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2019. URL <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Leiterschaukel&oldid=185185374>. [Online; Stand 3. August 2019].
- [7] Wikipedia. Lorentzkraft — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2019. URL <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Lorentzkraft&oldid=189568404>. [Online: Stand 3. August 2019].

Stichwortverzeichnis

A		
Amplitudenpermeabilität.....	7-4	
Anfangspermeabilität.....	7-4	
Antiferromagnetismus.....	6-5	
Austauschwechselwirkung.....	6-1	
B		
Bahnmomenten.....	6-1	
Barkhausensprünge.....	6-4	
Bremsstrahlung.....	4-2	
C		
Coulombkraft.....	4-2	
D		
differentielle Permeabilität.....	7-4	
Domänenanordnung		
spontane.....	6-3	
Dreieckfunktion.....	B-6	
Durchflutung.....	2-1	
E		
elektromagnetische Induktion.....	4-5	
F		
Ferromagnete.....	6-1	
Ferromagnetismus.....	6-2	
Flussdichte.....	5-1	
Fourier-Synthese.....	B-5	
Fourieranalyse.....	B-1	
Fourierreihe.....	B-1f	
G		
Gibb'sches Phänomen.....	B-8	
H		
hartmagnetisch.....	7-3	
Hysteresekurve.....	6-4	
I		
Induktion.....	2-3, 4-5	
		Induktionsgesetz..... 5-1
		Induktionsspannung..... 5-1
K		
Koeffizienten.....	B-2	
Koerzitivfeldstärk.....	7-3	
Koerzitivfeldstärke.....	6-4, 7-5	
Kommutierungskurve.....	8-5	
Kosinusspektrums.....	B-3	
L		
Leiterschaukelversuch.....	4-3	
Lorentzkraft.....	4-1	
M		
magn. Größen (Zusammenfassung)2-1,		
2-3		
magnetische Durchflutung.....	2-1	
magnetische Flussdichte.....	2-3	
magnetische Urspannung.....	2-1	
magnetischen Fluss.....	2-2	
magnetisches Moment.....	6-1	
Magnetisierung.....	6-1	
Magnetismus.....	6-1	
Magnetwerkstoffe.....	7-1	
N		
Neukurve.....	8-5	
P		
Permanentmagnetfeld.....	4-1	
permanentmagnetisch.....	7-3	
Punktladungen.....	4-3	
R		
Rechteckfunktion.....	B-5	
Remanenz.....	6-2	
Remanenzinduktion.....	6-5	
Restmagnetisierung.....	6-4	

S

Sättigungsinduktion	6-5
Signalverarbeitung	B-8
Sinusspektrums	B-3
Symmetrie	B-3
Synchrotronstrahlung	4-2

T

trigonometrische Polynome	B-1
trigonometrischen Polynoms	B-2

U

Ummagnetisierungsverluste	7-4
---------------------------------	-----

V

Versionsgeschichte	10
--------------------------	----

W

Wechselfeldpermeabilität	7-4
Weißschen Bezirke	6-4
weichmagnetisch	7-2
Weiss-Bezirke	6-4
Weisschen Bezirke	8-3

Generierdatum: 30. April 2020